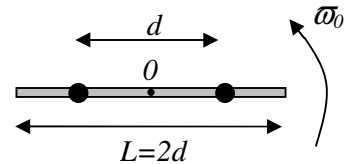


FEP2195 – Física Geral e Experimental para a Engenharia I

Gabarito da prova de recuperação – 23/07/2009

- 1) Duas partículas idênticas, de massa m e possuindo carga elétrica igual e de mesmo sinal, estão fixas sobre uma barra delgada horizontal. Inicialmente, elas são mantidas separadas de uma distância d e equidistantes do centro da barra, como mostrado na figura (vista de cima). A barra possui massa $M = 6m$, comprimento $L = 2d$ e é colocada para girar sem atrito no sentido anti-horário, em torno de um eixo vertical passando pelo ponto 0, localizado no centro da barra, com velocidade angular ω_0 . As partículas são então liberadas e passam a deslizar sobre a barra, devido à força elétrica repulsiva, até que elas parem nas extremidades dela. Determine, em termos de d , m e ω_0 :

- a) (1,0) o momento de inércia inicial do sistema em relação ao eixo de rotação mencionado, sabendo que o momento de inércia da barra em relação a um eixo perpendicular passando por uma das suas extremidades é $I_{ext} = ML^2/3$.
- b) (0,5) o momento angular inicial do sistema em relação ao ponto 0 (módulo, direção e sentido), quando está girando com velocidade angular ω_0 .
- c) (0,5) o módulo da velocidade angular do sistema quando as partículas atingem as extremidades da barra.
- d) (0,5) o trabalho realizado pela resultante de todas as forças atuando sobre o sistema até as partículas atingirem as extremidades da barra.



- a) Usando o teorema dos eixos paralelos, podemos encontrar o momento de inércia da barra em relação ao eixo passando pelo seu centro de massa:

$$I_{barra_{ext}} = I_{barra_{CM}} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 \rightarrow I_{barra_{CM}} = \frac{ML^2}{3} - \frac{ML^2}{4} = \frac{ML^2}{12} = \frac{6m(2d)^2}{12} = 2md^2$$

O momento de inércia total inicial do sistema é:

$$I_0 = I_{barra_{CM}} + 2m\left(\frac{d}{2}\right)^2 = 2md^2 + \frac{md^2}{2} = \boxed{\frac{5md^2}{2} \text{ (kg m}^2\text{)}}$$

- b) Para um corpo rígido girando em torno de um eixo de simetria, o momento angular possui o módulo

$$L = I\omega = \frac{5md^2\omega_0}{2} \text{ (kg m}^2\text{s}^{-1}\text{)}$$

Sua direção é ao longo do eixo de rotação (perpendicular à folha), e seu sentido é dado pela regra da mão direita (saindo da folha).

- c) Como não existem torques externos ao longo do eixo de rotação do sistema, o momento angular é conservado, e o momento angular final vale

$$L_f = I_f\omega_f, \text{ onde}$$

$$I_f = I_{barra_{CM}} + 2md^2 = 4md^2$$

$$\rightarrow \frac{5md^2\omega_0}{2} = 4md^2\omega_f \rightarrow \omega_f = \frac{5md^2\omega_0}{8md^2} = \boxed{\frac{5\omega_0}{8} \text{ (Rad / s)}}$$

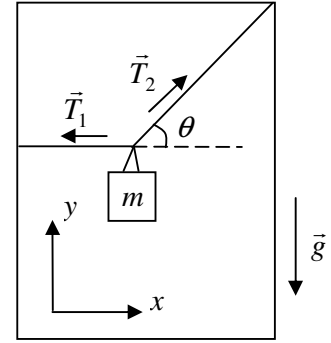
d) Pelo teorema do trabalho – energia cinética (TEC), o trabalho realizado pela resultante de todas as forças que atuam sobre o sistema durante o deslocamento das partículas é igual à variação de energia cinética do sistema. Como, no começo e no final do movimento, as partículas estão fixas sobre a barra, elas não possuem energia cinética de translação, e a energia cinética do sistema é apenas rotacional.

$$T = \Delta E_c = \frac{I_f \omega_f^2}{2} - \frac{I_0 \omega_0^2}{2} = \frac{100md^2 \omega_0^2}{128} - \frac{5md^2 \omega_0^2}{4} = \frac{100md^2 \omega_0^2}{128} - \frac{160md^2 \omega_0^2}{128}$$

$$= -\frac{15md^2 \omega_0^2}{32} \text{ (J)}$$

2) Um bloco de massa m está pendurado por dois fios no interior de um elevador, como mostrado na figura. Determine, em função de m , a , θ e g :

- a) (1,5) os vetores que representam as tensões $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ nos fios em função dos vetores unitários $\vec{i}$ e $\vec{j}$ relacionados com o referencial mencionado na figura, se o elevador estiver subindo com aceleração $\vec{a}$.
- b) (1,0) o instante em que as duas tensões nos fios se tornam nulas se o elevador estiver descendo com velocidade cujo módulo é $v = 3t^3$ (m/s).



a) Ao longo do eixo x , o sistema está em equilíbrio. Portanto,

$$\sum F_x = 0 = T_2 \cos \theta - T_1 \quad \rightarrow \quad T_1 = T_2 \cos \theta \quad (1)$$

Ao longo do eixo y , o sistema é acelerado, e

$$\sum F_y = ma = T_2 \sin \theta - mg \quad \rightarrow \quad T_2 = \frac{m(g + a)}{\sin \theta} \quad (2)$$

$$(2) \text{ em } (1) \quad \rightarrow \quad T_1 = \frac{m(g + a)}{\tan \theta} \quad (3)$$

$$\rightarrow \quad \boxed{\vec{T}_1 = -\frac{m(g + a)}{\tan \theta} \vec{i} \quad (\text{N})} \quad \text{e} \quad \boxed{\vec{T}_2 = \frac{m(g + a)}{\tan \theta} \vec{i} + m(g + a) \vec{j} \quad (\text{N})}$$

b) O módulo da aceleração será

$a = \frac{dv}{dt} = 9t^2$. Aplicando a segunda lei de Newton ao longo do eixo y , obtemos:

$$\sum F_y = -ma = -9mt^2 = T_2 \sin \theta - mg \quad (4)$$

Se $T_1 = T_2 = 0$, a equação (4) se transforma em $9mt^2 = mg \quad \rightarrow \quad t = \pm \frac{\sqrt{g}}{3} \quad (\text{s})$

A resposta fisicamente correta é portanto $t = \frac{\sqrt{g}}{3} \quad (\text{s})$

- 3) Um projétil de massa $M = 20 \text{ kg}$ chega no topo da sua trajetória com velocidade $v_0 = 20 \text{ m/s}$ (ao longo do eixo x positivo) e, naquele momento, explode em 3 pedaços. Logo após a explosão (de curta duração), um dos fragmentos, com massa $m_1 = 10 \text{ kg}$, afasta-se do local com velocidade $v_1 = 40 \text{ m/s}$ apontando para cima (ao longo do eixo y positivo). Um segundo fragmento, com massa $m_2 = 4 \text{ kg}$ volta para trás (ao longo do eixo x negativo) com velocidade $v_2 = 50 \text{ m/s}$.

- a) (1,5) Determine o vetor velocidade $\vec{v}_3$ do terceiro fragmento em termos dos vetores unitários $\vec{i}$ e $\vec{j}$ relacionados respectivamente com os eixos x e y. Calcule o seu módulo e o ângulo que faz em relação ao eixo x positivo.
- b) (0,5) Calcule a energia total liberada na explosão
- c) (0,5) Qual foi o princípio físico usado para resolver o problema. Explique por que pôde ser aplicado aqui.

a) Como as forças internas durante a explosão (de curta duração) são muito maiores que as forças externas (o peso do projétil), podemos desprezar as forças externas. Neste caso, existe conservação do momento linear total do sistema e

$$M\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 \rightarrow \vec{v}_3 = \frac{(M\vec{v}_0 + m_2\vec{v}_2) - m_1\vec{v}_1}{m_3} = \frac{400 + 200}{6} \vec{i} - \frac{400}{6} \vec{j}$$

$$= 100 \vec{i} - \frac{200}{3} \vec{j} \quad (\text{m/s})$$

O módulo do vetor $\vec{v}_3$ é: $v_3 = \sqrt{100^2 + \left(-\frac{200}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{130000}{9}} = 100 \frac{\sqrt{13}}{3} \quad (\text{m/s})$

O ângulo θ que o vetor $\vec{v}_3$ faz com o eixo x é tal que

$$\text{Tg} \theta = \frac{v_{3y}}{v_{3x}} = \frac{-\frac{200}{3}}{100} = -\frac{2}{3} \rightarrow \theta = \text{arcTg}\left(-\frac{2}{3}\right)$$

b) Como a explosão é de curta duração, podemos desprezar qualquer variação de energia potencial gravitacional do sistema durante a explosão e, por conservação da energia total do sistema, a energia dissipada na explosão deve ser igual à variação da energia cinética do sistema.

$$E_{\text{expl}} = \Delta E_c = \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 + m_3 v_3^2 - M v_0^2}{2} = \frac{(10 \times 40^2) + (4 \times 50^2) + \left(6 \times \frac{130000}{9}\right) - (20 \times 20^2)}{2}$$

$$= \frac{48000 + 30000 + 260000 - 24000}{6} = \frac{157000}{3} \text{ J}$$

c) Como as forças internas durante a explosão (de curta duração) são muito maiores que as forças externas (o peso do projétil), podemos desprezar as forças externas. Neste caso, podemos aplicar o princípio de conservação do momento linear total do sistema.

4) Um bloco de massa $m = 4 \text{ kg}$ é empurrado a partir do repouso, sobre uma superfície horizontal sem atrito, por uma mola inicialmente comprimida, cuja constante elástica é $k = 400 \text{ N/m}$. Depois que a mola foi solta e que o bloco se desprende dela, ele chega sobre uma superfície horizontal rugosa, apresentando um coeficiente de atrito cinético $\mu = 0,25$, e percorre 20 m nesta superfície rugosa até parar.

- a) (0,5) Qual é o trabalho realizado pela força de atrito?
- b) (1,0) Qual é o módulo da velocidade máxima atingida pelo bloco?
- c) (1,0) De quanto foi comprimida a mola inicialmente?

a)

$$T_{f_a} = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos \theta = -f_a d = -\mu N d = -\mu m g d = \boxed{-200 \text{ J}}$$

b) Como a superfície inicial é horizontal e sem atrito, a velocidade será máxima em qualquer lugar da superfície horizontal sem atrito, logo após o corpo ter se desprendido da mola, isto é, logo antes de chegar na superfície rugosa. Portanto, podemos usar o TEC na superfície rugosa, já que a resultante de todas as forças que atuam sobre o bloco é a força de atrito, cujo trabalho foi calculado no item a.

$$T_{f_a} = \Delta E_c = \frac{m(v_f^2 - v_i^2)}{2} = \frac{-mv_i^2}{2} \quad \rightarrow \quad v_i = \sqrt{\frac{-2T_{f_a}}{m}} = \pm 10 \text{ m/s}$$

Portanto, o módulo da velocidade máxima do bloco é $\boxed{10 \text{ m/s.}}$

c) Como não há forças dissipativas atuando durante o lançamento do bloco pela mola, há conservação da energia mecânica e

$$\frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{mv_i^2}{2} \quad \rightarrow \quad \Delta x = \pm \sqrt{\frac{mv_i^2}{k}} = \pm 1 \text{ m}$$

Inicialmente, a mola foi comprimida de $\boxed{1 \text{ m}}$