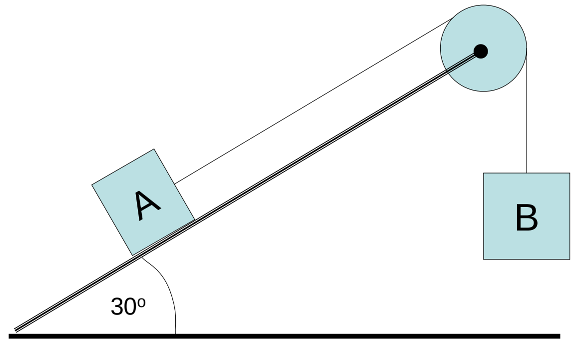
FEP2195-Física para a Engenharia I - Recuperação - 29/07/2010

1) No sistema da figura, dois corpos com massas M_A e M_B estão ligados por uma corda de massa desprezível, passando por uma polia de raio R e momento de inércia I em relação ao seu eixo. Esta pode girar livremente (sem atrito) em torno do seu eixo. Sendo a aceleração gravitacional g, e o atrito do corpo A com o plano $\mu = 1/\sqrt{3}$ (considerando o coeficiente de atrito estático igual ao cinético), responda:



a) (1,0) Qual o valor máximo da razão entre as massas M_B/M_A para que o sistema permaneça em repouso?

Para a resultante de forças sobre o bloco A, a componente perpendicular ao plano inclinado é dada pela normal e pela componente normal da força peso $N = M_A g cos\theta = M_A g\sqrt{3}/2$.

Na direção paralela ao plano inclinado: $F = T - M_A g sen\theta - N\mu = T - M_A g$

Como, no equilíbrio $T = M_B g$, para que a resultante sobre o corpo A seja nula, $M_B/M_A = 1$

b) (1,0) Se a massa $M_B = 2 * M_A$, qual o valor da aceleração do corpo B, comparada à aceleração gravitacional?

Sobre o corpo B: $F_B = M_B a = M_B g - T_B$, onde T_B é a tensão na extremidade da corda ligada a B.

Sobre o corpo A: $F_A = M_A a = T_A - M_A g sen\theta - N\mu = T_A - M_A g$, onde T_A é a tensão na extremidade da corda ligada a A.

Sobre a polia, o torque será dado por: $\tau = (T_B - T_A)R = I\alpha$ onde a aceleração angular $\alpha = a/R$.

Temos então do sistema de equações que

$$\frac{a}{g} = \frac{M_B - M_A}{M_B + M_A + \frac{I}{R^2}} = \frac{M_A}{3M_A + \frac{I}{R^2}}$$

c) (1,0) No caso anterior (item b), qual a tensão T_A na extremidade da corda ligada ao corpo A, e a tensão T_B na extremidade da corda ligada ao corpo B?

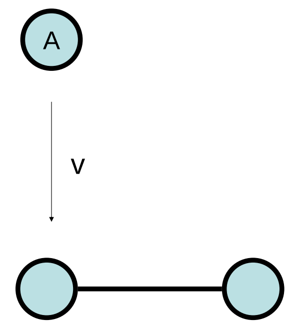
Voltando o valor de a ao sistema de equações, teremos

$$T_A = M_A g \frac{4M_A + \frac{I}{R^2}}{3M_A + \frac{I}{R^2}}$$

$$T_B = 2M_A g \frac{2M_A + \frac{I}{R^2}}{3M_A + \frac{I}{R^2}}$$

----

2) Um haltere é formado por duas partículas de massa m ligadas por uma haste rígida, de massa desprezível e comprimento d. O haltere pode deslizar sem atrito sobre uma mesa. Uma partícula A de massa m, com velocidade inicial v (perpendicular à haste do haltere) colide com uma das partículas, como mostrado na figura.



a) (1,5) Para uma colisão perfeitamente inelástica (as partículas permanecem coladas após a colisão) descreva a evolução do conjunto (sua velocidade linear e angular) após a colisão.

Antes da colisão, o momento linear é $p_i = mv$, e o momento angular, tomado do referencial do centro de massa do sistema imediatamente antes da colisão (por exemplo) é $L_i = |r \times p| = mvd/3$.

Após a colisão, $p_f = 3mV_{cm}$, o que implica em $V_{cm} = v/3$.

O momento angular do sistema após a colisão, no refencial do centro de massa, é $L_f = I_{cm}\omega$. O momento de inércia é dado por $I_{cm} = 2m\left(\frac{d}{3}\right)^2 + m\left(\frac{2d}{3}\right)^2 = 2md^2/3$. Com $L_i = L_f$, teremos $\omega = v/(2d)$.

b) (1,5) Se a colisão for perfeitamente elástica, determine a velocidade final da partícula A. Qual a velocidade linear final do haltere? Qual sua velocidade angular final?

OK, deixei a velocidade final da partícula A como dado. Temos as condições iniciais (calculadas a partir do ponto médio entre os halteres):

$$p_i = mv, \qquad L_i = \frac{mvd}{2} \qquad E = \frac{mv^2}{2}$$

e as finais

$$p_f = mv_A + 2mv_H, \qquad L_f = \frac{mv_A d}{2} + I\omega \qquad E_f = \frac{mv_A^2}{2} + \frac{2mv_H^2}{2} + \frac{I_{cm}\omega^2}{2}$$

onde v_H é a velocidade do haltere, e $I_{cm} = 2m\left(\frac{d}{2}\right)^2$.

Da conservação de momento: $v = v_A + 2v_H$.

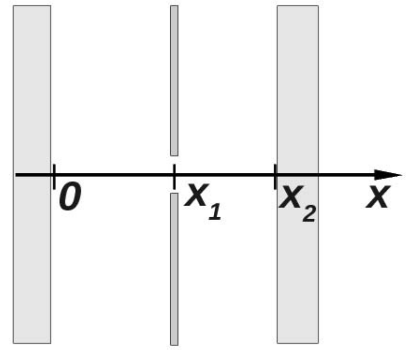
Da conservação de momento angular: $v = v_A + d\omega$, portanto $v_H = d\omega/2$.

Da conservação de energia: $v^2 = v_A^2 + 2v_h^2 + d^2\omega^2/2 = v_A^2 + 4v_h^2$, o que implica em $v_A = 0$ pela conservação de momento.

Com isso, temos então $v_H = v/2$ e $\omega = v/d$.

----

3) Uma partícula carregada de massa $m = 0,1$g parte do repouso de uma placa em $x = 0$ no instante $t = 0$ e é acelerada por um campo elétrico em direção a uma outra placa fina em $x = x_1$, passando por um pequeno furo nesta placa, e desacelerada por um campo elétrico contrário até atingir uma terceira placa em $x = x_2$ (figura 1). O gráfico apresenta a aceleração da partícula em função do tempo (10 m/s^2 até 1 s e -5 m/s^2 de 1 a 2 s). Suponha que o processo ocorra na ausência de gravidade.



a) (1,0) Faça o gráfico correspondente, em função do tempo, e no espaço apropriado (coluna da esquerda), para a velocidade $v(t)$ e para a distância percorrida $x(t)$. Indique claramente os valores das divisões dos gráficos nos eixos verticais.

b) (1,0) Determine os valores de x_1 e x_2 em metros.

Por integração direta do gráfico, $x_1 = 5m$, $x_2 = 12,5m$.

c) (1,0) Faça os gráficos na coluna da direita para a força elétrica F, para a energia potencial U, e para a energia cinética K em função da posição x, indicando claramente os valores dos eixos e dos pontos x_1 e x_2.

Aqui talvez seja bom colocar a energia potencial igual a zero em $x = 0$

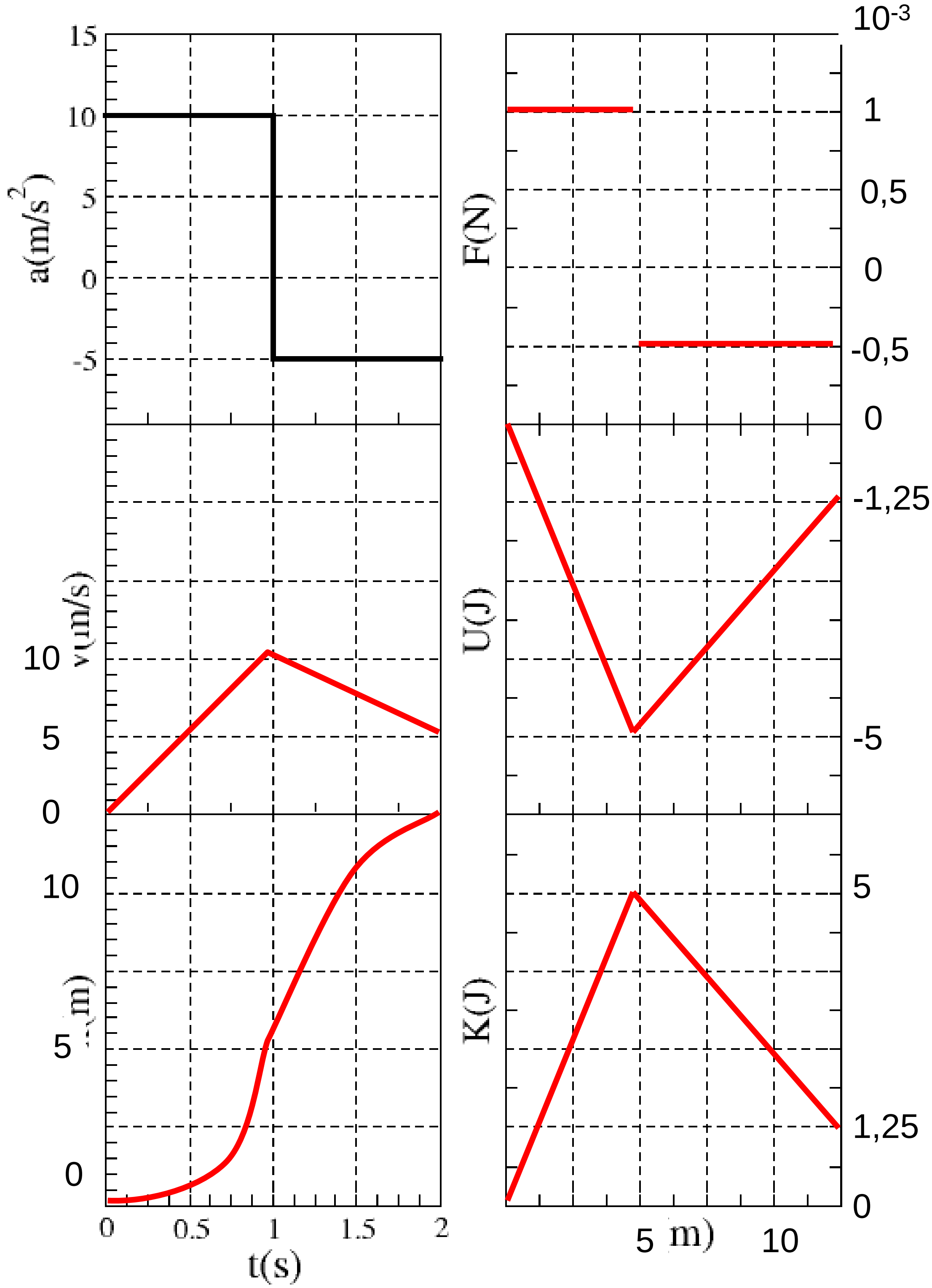
d) (0,5) Determine o trabalho total realizado pela força elétrica entre os pontos $x = 0$ e x_2.

$W = 1,25\,10^{-3}J$

e) (0,5) Ao colidir (de forma parcialmente inelástica) com a última placa, a particula retorna com metade da velocidade. Determine qual o menor valor de x que a partícula virá a alcançar.

Do gráfico de energia fica direto observar que, após a colisão, a partícula passa a ter uma energia $U = -\frac{3}{4}1,25\,10^{-3}J$.

Como, entre $x = 0$ e x_1, $U = -10^{-3}x$, temos que $x_{min} = \frac{3,75}{4}m$.



a(m/s^2)
15
10
5
0
-5
F(N)
10^-3
1
0,5
0
-0,5
v(m/s)
10
5
0
U(J)
0
-1,25
-5
m)
10
5
0
0
0.5
1
1.5
2
t(s)
K(J)
5
1,25
0
5
m)
10