Física I – P3 – Resumo Teórico

Movimento circular

A cinemática do movimento circular é muito similar ao movimento retilíneo, trocando as variáveis lineares por variáveis angulares. Exemplo:

	Linear	Angular
Posição	x	θ
Velocidade	v	ω
Aceleração	a	α
Equação do movimento	$x = x_0 + vt + \frac{at^2}{2}$	$\theta = \theta_0 + \omega t + \frac{\alpha t^2}{2}$

Há uma diferença, no entanto. No movimento circular, a velocidade está sempre mudando de direção, o que significa que para existir o movimento circular, é sempre necessário haver uma aceleração responsável pela mudança de direção da velocidade, que é sempre perpendicular à velocidade e apontando para o centro.

Essa aceleração ganha um nome especial, aceleração centrípeta, que é associado à força centrípeta, pela segunda lei de Newton. Há uma confusão comum nesta parte, as forças centrípetas não "existem de verdade". Numa analogia teatral, a força centrípeta é um personagem, enquanto que existe um ator, uma força real, que faz esse papel.

Para exemplificar, basta pensar, simplificadamente, que a lua realiza um movimento circular ao redor da Terra. Existe uma força centrípeta (personagem), que na verdade é a força gravitacional (ator) entre a lua e a Terra.

É possível demonstrar que essa aceleração centrípeta tem módulo:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Onde v é a velocidade do objeto e R é o raio do movimento circular.

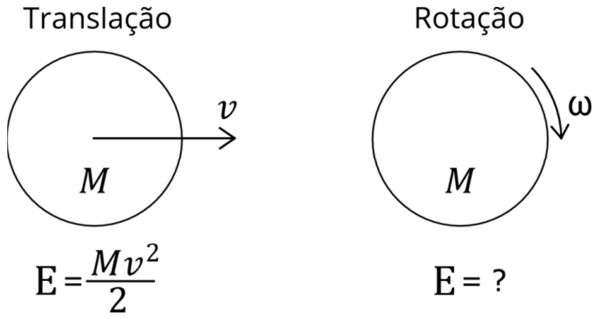
Momento de inércia

Existem vários jeitos de definir momento de inércia, vou apresentar o que faz mais sentido para mim.

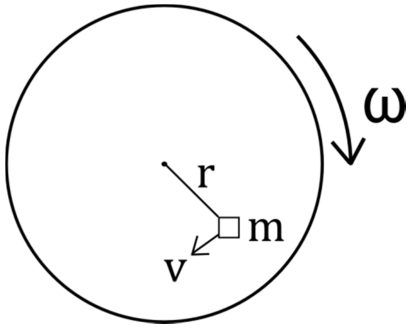
Imagine que você precisa calcular a energia cinética de um corpo. Para corpos pontuais, é fácil: o movimento é de translação e a energia cinética é $\frac{mv^2}{2}$.

Agora imagine um objeto extenso. Além da translação, agora é possível a rotação. Como calcular a energia cinética nesse caso?

Separamos a energia cinética nos dois tipos, translação e rotação. A energia cinética de translação continua simples, onde v é a velocidade do centro de massa.



Um jeito de calcular a energia cinética de rotação é separar o corpo em vários pedaços, calcular a energia cinética e somar tudo. Porém, a velocidade de cada pedaço do corpo é diferente na rotação, entretanto, a velocidade angular ω é a mesma para todas, então usaremos ela a nosso favor.



Esse pedaço de massa m, velocidade v se situa a uma distância r do centro do objeto. Usando o fato de que $v = \omega.r$, sua energia cinética pode ser escrita como:

$$e = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(\omega r)^2}{2} = \frac{(mr^2)\omega^2}{2}$$

Se somarmos as energias de todos os pedaços, teremos a energia de rotação total do objeto:

$$E_{rot} = \sum \frac{(mr^2)\omega^2}{2}$$

Daí a importância de ω ser constante em todo o objeto, pois como é uma soma, podemos botar as constantes em evidência:

$$E_{rot} = \frac{\omega^2}{2} \times \sum (mr^2)$$

Tomando o limite para o pedaço de massa ficar cada vez menor, essa somatória vira uma integral, e chamamos de momento de inércia. Note que mr^2 só depende de como a massa está distribuída no corpo.

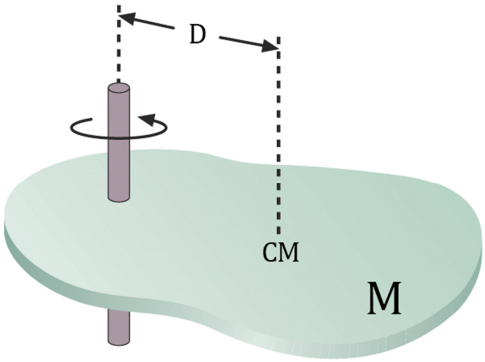
$$I = \int r^2 dm \quad , \qquad E_{rot} = \frac{I\omega^2}{2}$$

Conclusão: definindo o momento de inércia dessa forma, tudo se encaixa. Observe que a expressão da energia cinética de rotação ficou similar à de translação. O momento de inércia é como se fosse o paralelo angular da massa.

Note r é a distância do centro de rotação até o pedaço de massa. Isso significa que para cada eixo de rotação, haverá um momento de inércia diferente. Um disco ao redor do centro e ao redor da ponta terão momentos de inércia distintos.

Teorema dos eixos paralelos

Esse teorema relaciona momentos de inércia entre dois eixos paralelos. Se você tiver o momento de inércia de um objeto em um certo eixo, pode calcular facilmente o momento de inércia em outro eixo.



O momento de inércia no novo eixo z, é dado por:

$$I_z = I_{CM} + MD^2$$

Onde I_{CM} é o momento de inércia no eixo que passa pelo centro da massa. Caso você não tenha o momento de inércia no centro de massa, terá que fazer o caminho inverso para calcular o I_{CM}, e somente após isso, calcular no novo eixo.

Rotação de objetos extensos

Agora que temos a definição de momento de inércia, podemos traçar paralelos com o conhecimento já adquirido no ensino médio. Pode-se fazer uma analogia angular-linear:

Linear	Angular
$\frac{mv^2}{2}$	$\frac{I\omega^2}{2}$
$F = ma$	$\tau = I\alpha$
$p = mv$	$L = I\omega$

τ e L são os equivalentes angulares de força e momento, chamados torque e momento angular. Funcionam do mesmo jeito que estão acostumados. Na ausência de torque externo, o momento angular se conserva, do mesmo jeito que na ausência de forças externas, o momento linear se conserva.

A conservação do momento angular tem uma consequência importante: Se não há torque externo, o momento angular é constante, o que significa que I e ω são inversamente proporcionais. Ou seja, é possível mudar a velocidade de rotação se você mudar o momento de inércia. Isso explica porque na patinação no gelo, a pessoa gira mais rápido quando se encolhe, pois isso diminui o momento de inércia, causando um aumento na velocidade angular.

Também é a explicação daquela brincadeira de ficar numa cadeira rotatória com dois halteres na mão, e mudar a velocidade de rotação ao abrir e fechar os braços.

Obs: Não me responsabilizo se alguém tentar isso em casa e se machucar. Tem vídeos no YouTube se quiserem ver o fenômeno com segurança. ;)

Condição de não deslizamento

Um objeto não desliza se o ponto de contato tiver velocidade nula, o que é equivalente a dizer que:

$$v_{translação} = \omega R \;\; ou \;\; a_{translação} = \alpha R$$

Gravitação

A força gravitacional newtoniana é muito parecida com a força elétrica da Lei de Coulomb, vista no ensino médio. A força gravitacional entre dois corpos pontuais, é dada por:

$$\boxed{F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2}}$$

Onde m_1 e m_2 são as massas gravitacionais dos dois corpos, e r é a distância entre eles. G é uma constante, de valor $6{,}67.10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2}$.

Porém, há uma diferença fundamental: a força gravitacional é <u>sempre atrativa</u>.

Outra coisa a se notar é a fraqueza da força gravitacional, pois a constante tem potência de 10 elevado a -11. Isso pode ser observado no dia a dia, pois é preciso de um objeto do tamanho do planeta Terra para criar uma força que pode ser equilibrada pela força elétrica entre pequenas cargas, ou por um pequeno ímã.

A força gravitacional é conservativa, o que significa que podemos associar uma energia potencial à ela. O potencial gravitacional é dado por:

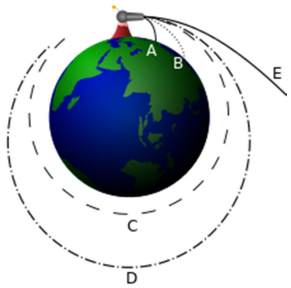
$$\boxed{U_g(r) = -\frac{Gm_1m_2}{r}}$$

Porque negativo? Tem duas explicações, uma matemática e uma física:

Matemática: para satisfazer $F = -\frac{dU}{dr}$

Física: sempre lembre-se que energia potencial tem um referencial, um ponto onde é definido como sendo o zero. No caso da gravitação, o que faz sentido é definir o infinito como sendo potencial zero. Como a força gravitacional é sempre atrativa, um corpo que vem sendo trazido do infinito, ganha velocidade = energia cinética. Se ele ganha energia cinética, significa que está perdendo energia potencial. Se o zero é no infinito, então ao se aproximar, o potencial vai ficando negativo.

Órbita



Uma órbita é, simplificadamente, um movimento circular, em que a força gravitacional atua como força centrípeta.

Também pode-se pensar que uma órbita é como o voo descrito no livro do Douglas Adams: é cair e errar o chão, como na figura ao lado.

Velocidade de escape

Velocidade de escape é definida como a velocidade mínima necessária para um objeto escapar de um planeta. Para isso, a energia cinética tem que ser suficiente para o corpo fugir do planeta e não sobrar nada: $E_{antes} = \frac{mv^2}{2} - \frac{GmM}{r}$ e $E_{depois} = 0$

$$E_{antes} = E_{depois} \Leftrightarrow \frac{mv^2}{2} - \frac{GmM}{r} = 0 \Leftrightarrow \boxed{v_{escape} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}}$$