0303200 – Probabilidades | Turma: | Prof: | Prova 1, 2018

Nome (completo):

Teste 1 A, B e C são eventos de um mesmo espaço amostral, tais que $\mathbb{P}(B) = 0{,}5$, $\mathbb{P}(C) = 0{,}3$, $\mathbb{P}(B|C) = 0{,}4$ e $\mathbb{P}(A|B \cap C) = 0{,}5$. O valor de $\mathbb{P}(A \cap B \cap C)$ é:

[A] 0,15. [B] 0,50. [C] 0,12. [D] 0,20. [■] 0,06.

Teste 2 Um sistema é formado por um controlador e três unidades periféricas. Esse sistema funciona corretamente se o controlador e pelo menos duas das unidades periféricas estão funcionando. Considere que a probabilidade de uma unidade periférica falhar vale a e a probabilidade do controlador falhar vale b. Considere ainda que todos os componentes do sistema falham de forma independente. A probabilidade de que o sistema esteja funcionando corretamente é

[A] $(1-b)(1-a)^3$

[■] $(1-b)[(1-a)^3 + 3a(1-a)^2]$

[C] $3a^3b$

[D] $3a(1-a)^2(1-b)$

[E] $(1-b)[a^3 + 3a^2(1-a)]$

Teste 3 Considere as afirmações abaixo.
a) Seja $S = [0{,}1] \subset \mathbb{R}$ o espaço amostral de um experimento. Existe uma função probabilidade que associa a cada $x \in S$ um número positivo não nulo.
b) Seja S um conjunto enumerável com uma quantidade infinita de elementos. Existe uma função probabilidade que associa a cada $x \in S$ um número positivo não nulo.
c) Seja S um conjunto com uma quantidade finita de elementos. Existe uma função probabilidade que associa a cada $x \in S$ um número positivo não nulo.
Então a alternativa correta é:

[■] Só (b) e (c) são verdadeiras.

[B] Só (a) e (c) são verdadeiras.

[C] Só (c) é verdadeira.

[D] Todas são verdadeiras.

[E] Só (a) é verdadeira.

Teste 4 Um experimento consiste em jogar uma moeda duas vezes, e anotar os resultados independente da ordem, isto é, por exemplo, anota-se $\{K,C\}$, independente de C ter saido antes de K. Se sairem duas caras, anota-se $\{K,K\}$. Para esse experimento o espaço amostral é:

[A] $\{\{K\},\{C\}\}$.

[B] $\{\emptyset,\{K\},\{C\},\{K,K\},\{C,C\},\{K,C\},\{C,C\}\}$.

[C] $\{\emptyset,\{K\},\{C\}\}$.

[D] $\{\{K\},\{C\},\{K,K\},\{C,C\},\{K,C\},\{C,C\}\}$.

[■] $\{\{K,K\},\{C,C\},\{K,C\}\}$.

Teste 5 Considere o ponteiro de minutos de um relógio analógico. O relógio, ao indicar as horas, dá o número de badaladas correspondente (por exemplo, às 3 horas o relógio dá 3 badaladas), e a cada meia hora dá uma badalada. Considere os 360 minutos a partir do primeiro minuto da hora 0 (incluindo o primeiro minuto). Um minuto nesse período é selecionado aleatoriamente, e a variável aleatória X indica o número de badaladas ouvidas nos 20 minutos seguintes ao minuto escolhido.
Calcule o valor da função de probabilidade acumulada $F_X(3)$.

[A] 10/36. [■] 30/36. [C] 18/36. [D] 33/36. [E] 5/36.

Teste 6 Um aluno da Poli utiliza o metrô e o circular da estação Butantã para vir à primeira aula da manhã. A probabilidade de ele chegar antes de começar a aula quando ele espera no máximo 20 min para tomar o circular vale p. A probabilidade de ele chegar antes de começar a aula quando ele espera mais que 20 min vale r. A probabilidade de ele esperar o circular por no máximo 20 min vale q. Dado que ele chegou antes de começar a aula, qual é a probabilidade de ele ter esperado no máximo 20 min?

[A] $\frac{pq}{pq+(1-r)(1-q)}$.
■ $\frac{pq}{pq+r(1-q)}$.
[C] $pq + r(1-q)$.
[D] 1.
[E] pq.

Teste 7 Considere uma caixa contendo 100 sensores de temperatura. Sabe-se que 1/3 dos sensores estão descalibrados. Cada sensor é retirado aleatoriamente da caixa para verificação da calibração e depois o sensor é reposto na caixa. O procedimento de retirada, verificação e reposição é realizado seis vezes. A variável aleatória X é igual ao número de sensores descalibrados encontrados após as seis retiradas. Qual a distribuição de probabilidade de X; ou seja, qual é a função $\mathbb{P}(X = x)$?

■ $\frac{5}{(6-x)!x!}\frac{2^{10}}{2^x 3^4}$.
[B] $\frac{5}{(6-x)!}\frac{2^{10}}{2^x 3^4}$.
[C] $\frac{6!}{(6-x)!}(1/3)^x(2/3)^{6-x}$.
[D] $(2/3)^x(1/3)^{6-x}$.
[E] $(1/3)^x(2/3)^{6-x}$.

Teste 8 Considere as afirmações abaixo. Sobre dois eventos $A \neq \emptyset$ e $B \neq \emptyset$ de um experimento que tem espaço amostral S.
a) Se $A \cap B = \emptyset$, então A e B são eventos independentes.
b) Se $B \subset A$, então quando A ocorre, B também ocorre.
c) Se $B \subset A$, então B é independente de A, mas A não é independente de B.
d) O evento S é independente de A, qualquer que seja A.
Então a alternativa correta é:

[A] Só (a) e (d) são verdadeiras.
[B] Só (a) e (c) são verdadeiras.
■ Só (d) é verdadeira.
[D] Só (a) é verdadeira.
[E] Todas são falsas.

Teste 9 Um pilar de uma ponte é submetido a uma carga concentrada de valor $(1+\theta)/2$. O método construtivo do pilar garante uma resistência à compressão dada pela densidade de probabilidades $f(x) = \theta$ para $0 \leq x \leq \theta$; $f(x) = k$ para $\theta < x < 1$; e $f(x) = 0$ para outros valores de x. Calcule a probabilidade do pilar não resistir à carga (ou seja, a probabilidade que o particular pilar tenha resistência menor que $(1+\theta)/2$).

[A] $(1-\theta)^2/2$.
[B] $(1+\theta)^2/2$.
[C] $\theta^2 + (1+\theta)^2/2$.
■ $(1+\theta^2)/2$.
[E] nenhuma das demais.

Teste 10 De quantos modos pode-se colocar em uma prateleira 4 livros de matemática, 3 de física e 3 de química de modo que os livros de um mesmo assunto apareçam juntos? (Obs: todos os livros são diferentes)

■ 5184.
[B] 245.
[C] 10!.
[D] 864.
[E] 6.

Teste 11 Um dispositivo consiste de três componentes C_1, C_2 e C_3. As probabilidades de que os componentes apresentem defeito são independentes e iguais a 0,05, 0,02 e 0,01, respectivamente. A variável aleatória X expressa a número de componentes defeituosos no dispositivo. Considere as seguintes proposições:
1) Valores de X: 0,1,2,3.
2) $\mathbb{P}(X = 3) = 10^{-5}$.
3) $\mathbb{P}(X = 1) + \mathbb{P}(X = 2) + \mathbb{P}(X = 3) = 1 - (0{,}99)(0{,}98)(0{,}95)$.
4) $\mathbb{P}(X = 1) > \mathbb{P}(X = 0)$.
Quais proposições estão corretas?

[A] Apenas 1, 3 e 4.
[B] Apenas 2, 3 e 4.
[C] Apenas 2 e 4.
■ Apenas 1, 2 e 3.
[E] Apenas 1, 2 e 4.

Teste 12 A probabilidade de que uma porta esteja trancada a chave é de 3/5. Um chaveiro possui 20 chaves, das quais três abrem essa porta. A probabilidade de que um indivíduo entre na casa, se ele puder escolher aleatoriamente uma única chave do chaveiro, é:

A 0,09. B 0,60. C 0,15. ■ 0,49. E 0,51.

Probabilidade (espaço amostral S, eventos A,B,...): $\mathbb{P}(A) \geq 0$; $\mathbb{P}(S) = 1$; $\mathbb{P}(\cup_i A_i) = \sum_i \mathbb{P}(A_i)$ para eventos A_i disjuntos. **Probabilidade condicional**: $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A \cap B)/\mathbb{P}(B)$. Temos: $\mathbb{P}(A) = \sum_i \mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i)$ se $\{B_i\}$ formam uma partição de S. Eventos $A_1, \ldots, A_n$ são **independentes** se $\mathbb{P}(A_{i_1} \cap \cdots \cap A_{i_k}) = \mathbb{P}(A_{i_1}) \times \cdots \times \mathbb{P}(A_{i_k})$ para qualquer escolha de $i_1, \ldots, i_k$. Número de possíveis escolhas ordenadas de k elementos entre n elementos: $n!/(n-k)!$. Número de possíveis escolhas não-ordenadas de k elementos entre n elementos (combinações): $n!/(k!(n-k)!) = \binom{n}{k}$.

Variável aleatória: função de S para números reais. Variável aleatória X pode ser discreta (por exemplo, valores são números inteiros); nesse caso sua distribuição é caracterizada pela função $\mathbb{P}(X = x)$ para todo valor x de X e sua esperança é $\mathbb{E}[X] = \sum_i x_i \mathbb{P}(X = x_i)$. Variável aleatória pode ser contínua (por exemplo, valores formam intervalo dos reais); nesse caso sua distribuição é caracterizada pela densidade $f_X(x)$, definida como a derivada de $F_X(x)$, onde $F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ é a função de distribuição cumulativa de X ($F_X(x)$ é não-decrescente, tende a 0 para $x \to -\infty$, e tende a 1 para $x \to \infty$). Portanto $f_X(x) = d\mathbb{P}(X \leq x)/dx$ e $\mathbb{P}(\alpha \leq X \leq \beta) = \int_\alpha^\beta f_X(x)dx$.

0303200 – Probabilidades | Turma: | Prof: | Prova 1, 2018

Nome (completo): No.USP:

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

1) Use caneta azul ou preta para marcar as caixas e preencha a caixa totalmente para correta interpretação. Exemplo: ■. **Não use ☒.**
2) Insira seu número USP nas caixas ao lado.
3) A prova tem duração de 100 minutos; não haverá tempo adicional.
4) O aluno deve comprovar sua identidade com documento oficial.
5) Alunos só podem sair da sala de prova 60 minutos após o início da prova.
6) Não é permitido o uso de calculadoras.
7) Não é permitido o uso de telefones celulares ou equipamentos móveis similares. Esses equipamentos devem ser colocados na frente da sala.
8) Se necessário, consulte o formulário e a tabela da distribuição normal no verso da folha com questão dissertativa.

Respostas dos testes:

Atenção: respostas devem ser indicadas nesta folha!

Teste 1: A B C D E
Teste 2: A B C D E
Teste 3: A B C D E
Teste 4: A B C D E
Teste 5: A B C D E
Teste 6: A B C D E
Teste 7: A B C D E
Teste 8: A B C D E
Teste 9: A B C D E
Teste 10: A B C D E
Teste 11: A B C D E
Teste 12: A B C D E