Catalog

Probabilidade (espaço amostral S, eventos $A,B,\ldots$): $\mathbb{P}(A) \geq 0$; $\mathbb{P}(S) = 1$; $\mathbb{P}(\cup_i A_i) = \sum_i \mathbb{P}(A_i)$ para eventos A_i disjuntos.
Probabilidade condicional: $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A \cap B)/\mathbb{P}(B)$. Temos: $\mathbb{P}(A) = \sum_i \mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i)$ se $\{B_i\}$ formam uma partição de S. Eventos $A_1,\ldots,A_n$ são **independentes** se $\mathbb{P}(A_{i_1} \cap \cdots \cap A_{i_k}) = \mathbb{P}(A_{i_1}) \times \cdots \times \mathbb{P}(A_{i_k})$ para qualquer escolha de $i_1,\ldots,i_k$.
Número de possíveis escolhas ordenadas de k elementos entre n elementos: $n!/(n-k)!$. Número de possíveis escolhas não-ordenadas de k elementos entre n elementos (combinações): $n!/(k!(n-k)!) = \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix}$.
Variável aleatória: função de S para números reais. Variável aleatória X pode ser discreta (por exemplo, valores são números inteiros); nesse caso sua distribuição é caracterizada pela função $\mathbb{P}(X = x)$ para todo valor x de X e sua esperança é $\mathbb{E}[X] = \sum_i x_i \mathbb{P}(X = x_i)$. Variável aleatória pode ser contínua (por exemplo, valores formam intervalo dos reais); nesse caso sua distribuição é caracterizada pela densidade $f_X(x)$, definida como a derivada de $F_X(x)$, onde $F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ é a função de distribuição cumulativa de X ($F_X(x)$ é não-decrescente, tende a 0 para $x \to -\infty$, e tende a 1 para $x \to \infty$). Portanto $f_X(x) = d\mathbb{P}(X \leq x)/dx$ e $\mathbb{P}(\alpha \leq X \leq \beta) = \int_\alpha^\beta f_X(x)dx$. A esperança de variável aleatória contínua X é $\mathbb{E}[X] = \int x f_X(x)dx$. A variância de uma variável aleatória X qualquer é $V[X] = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])^2] = \mathbb{E}[X^2] - \mathbb{E}[X]^2$; o momento de ordem k de X é $\mathbb{E}[X^k]$. Se $h(X)$ é uma função de variável aleatória X, então $\mathbb{E}[h(X)] = \sum_i h(x_i)\mathbb{P}(X = x_i)$ se X é discreta, e $\mathbb{E}[h(X)] = \int h(x) f_X(x)dx$ se X é contínua.
Bernoulli (um ensaido, com valores 0 e 1): $p = \mathbb{P}(X = 1)$, e $\mathbb{E}[X] = p$; $V[X] = p(1-p)$.
Binomial (n ensaios, p probabilidade de sucesso): $\mathbb{P}(X = x) = \begin{pmatrix} n \\ x \end{pmatrix} p^x(1-p)^{n-x}$, e $\mathbb{E}[X] = np$, $V[X] = np(1-p)$.
Geométrica (p probabilidade de sucesso): $\mathbb{P}(X = x) = p(1-p)^x$, e $\mathbb{E}[X] = (1-p)/p$, $V[X] = (1-p)/p^2$.
Poisson (parâmetro λ): $\mathbb{P}(X = x) = e^{-\lambda}\lambda^x/x!$, e $\mathbb{E}[X] = V[X] = \lambda$.
Normal $N(\mu,\sigma^2)$: $f_X(x) = (1/\sqrt{2\pi\sigma^2})\exp(-(x-\mu)^2/(2\sigma^2))$, e $\mathbb{E}[X] = \mu$, $V[X] = \sigma^2$. Se X é $N(\mu,\sigma^2)$ e $Y = aX + b$ com $a \neq 0$, então Y é $N(a\mu + b, (a\sigma)^2)$. Se X é $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ e Y é $N(\mu_2,\sigma_2^2)$, e X e Y são independentes, então $W = X + Y$ é $N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ e $Z = X - Y$ é $N(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$.
Exponencial (parâmetro λ): $f_X(x) = \lambda\exp(-\lambda x)$, e $\mathbb{E}[X] = 1/\lambda$, $V[X] = 1/\lambda^2$.
Uma variável multidimensional $[X_1,\ldots,X_n]$ discreta é descrita por sua **distribuição** $\mathbb{P}(X_1 = x_1,\ldots,X_n = x_n)$. A distribuição marginal de X_1 é $\mathbb{P}(X_1 = x_1) = \sum_{x_2}\cdots\sum_{x_n}\mathbb{P}(X_1 = x_1,\ldots,X_n = x_n)$. As variáveis são **independentes** se e somente se $\mathbb{P}(X_1 = x_1,\ldots,X_n = x_n) = \prod_{i=1}^n \mathbb{P}(X_i = x_i)$. A distribuição **condicional** de X dado Y é $\mathbb{P}(X = x|Y = y) = \mathbb{P}(X = x, Y = y)/\mathbb{P}(Y = y)$.
Uma variável multidimensional $[X_1,\ldots,X_n]$ contínua é descrita por sua **densidade** $f(x_1,\ldots,x_n)$ (uma densidade é uma função maior ou igual a 0, e cuja integral no espaço inteiro é 1). Dada a densidade $f(x_1,\ldots,x_n)$, a probabilidade $\mathbb{P}([X_1,\ldots,X_n] \in A)$, para um evento em $\Re^n$, é a integral $\int\ldots\int_A f(x_1,\ldots,x_n)dx_1\ldots dx_n$. A densidade marginal de X_1 é $f_{X_1}(x_1) = \int\ldots\int f(x_1,\ldots,x_n)dx_2\ldots dx_n$ (ou seja, integral em todas as outras coordenadas; para duas variáveis X e Y, temos $f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy$). A **função de distribuição cumulativa** $F_{X_1,\ldots,X_n}(x_1,\ldots,x_n)$ é igual a $\mathbb{P}(X_1 \leq x_1,\ldots,X_n \leq x_n)$. Para X e Y, temos $f(x,y) = \partial^2 F_{X,Y}(x,y)/\partial x\partial y$. Variáveis contínuas são **independentes** se e somente se $f(x_1,\ldots,x_n) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i)$ (equivalente a $F_{X_1,\ldots,X_n}(x_1,\ldots,x_n) = \prod_{i=1}^n F_{X_i}(x_i)$). A **densidade condicional** de X dado Y é $f(x|y) = f(x,y)/f_Y(y)$, e a **esperança condicional** de X dado Y é $\mathbb{E}[X|Y = y] = \int x f(x|y)dx$.
Para duas variáveis (discretas ou contínuas), a **covariância** de X e Y é $\mathrm{Cov}(X,Y) = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])(Y - \mathbb{E}[Y])]$ e o **coeficiente de correlação** de X e Y é $\rho(X,Y) = \mathrm{Cov}(X,Y)/(\sqrt{V[X]}\sqrt{V[Y]})$.
Se X é $N(\mu,\sigma^2)$ e $Y = aX + b$ com $a \neq 0$, então Y é $N(a\mu + b, (a\sigma)^2)$. Se X é $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ e Y é $N(\mu_2,\sigma_2^2)$, e X e Y são independentes, então $W = X + Y$ é $N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ e $Z = X - Y$ é $N(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$.
Teorema do Limite Central: Seja $X_1,X_2,\ldots$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com $\mathbb{E}[X_i] = \mu$ e $V[X_i] = \sigma^2$, e seja $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$. Então $Z_n = (S_n - n\mu)/(\sigma\sqrt{n})$ tem uma função de distribuição cumulativa que converge para a função de distribuição cumulativa da distribuição normal padrão.