0303200 – Probabilidades | Turma: | Prof: | Prova 1, 2017

Nome (completo):

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

1) Use caneta azul ou preta para marcar as caixas e preencha a caixa totalmente para correta interpretação. Exemplo: ■. **Não use** ⊠.
2) Insira seu número USP nas caixas ao lado.
3) A prova tem duração de 100 minutos; não haverá tempo adicional.
4) O aluno deve comprovar sua identidade com documento oficial.
5) A prova só pode ser entregue 60 minutos após seu início.
6) Alunos só podem sair da sala de prova após entregarem a prova. 7) Não é permitido o uso de calculadoras. As questões foram feitas de forma a minimizar necessidade de cálculos aritméticos.
8) Não é permitido o uso de telefones celulares ou equipamentos móveis similares. Esses equipamentos devem ser colocados na frente da sala.
9) Se necessário, consulte o formulário ao final da prova. Apenas esse formulário é permitido durante a prova.

Teste [`Dodecaedro`] Em um dado dodecaédrico, com os lados numerados de 1 a 12, cada face par tem probabilidade a igual ao dobro da probabilidade de cada face ímpar b. Em dois lançamentos (independentes), qual é a probabilidade de se obter a soma dos pontos igual a 5?

A 5/9. B 1/7. C 0. ■ 2/81. E 17/81.

Teste [`Urna`] Uma urna contém todos os possíveis bilhetes de 5 dígitos, numerados apenas empregando os dígitos 1,2,3. Qual é a probabilidade de se retirar um bilhete que contenha cada um dos dígitos (1,2,3), pelo menos uma vez?

A 1/3. B 33/81. C 1/9. ■ 50/81. E 2/9.

Teste [`Caixas`] Considere quatro caixas, cada uma contendo duas moedas. A primeira caixa contém duas moedas de ouro, assim como a segunda; a terceira caixa contém uma moeda de ouro e uma de prata; e a quarta caixa contém duas moedas de prata. Escolho aleatoriamente uma das quatro caixas, e retiro dela uma moeda, também aleatoriamente. Se a moeda que retirei da caixa é de ouro, a probabilidade de que a moeda dentro da caixa também seja de ouro é:

A 1/3. B 1/2. C 5/8. ■ 4/5. E n.d.a.

Teste [`Doente`] Verificou-se que, numa determinada população, 1 de cada 7 pessoas sofre da doença A, e 1 de cada 10 pessoas sofre da doença B. Também foi observado que, de cada 10 pessoas que sofrem de uma ou duas doenças, uma pessoa sofre de ambas as doenças. Se p é a probabilidade de uma pessoa dessa população sofrer das duas doenças, e q é a probabilidade de ela sofrer da doença B dado que ela sofre da doença A, assinale a alternativa correta:

■ $p = 17/770, q = 17/110$. C $p = 7/11, q = 1/11$. E n.d.a.
B $p = 17/110, q = 11/770$. D $p = 7/11, q = 1/7$.

Catalog

Teste [Telefonia] Uma operadora de telefonia celular oferece a seus clientes um número de telefone ao qual eles podem ligar para fazer reclamações. Denote por p a probabilidade de uma ligação a esse número ser bem sucedida. A operadora sabe que todos os seus clientes realizam até quatro tentativas para falar com o serviço de reclamações, antes de recorrer a outras soluções (Procon, Reclame Aqui etc.). Sabe-se que as tentativas de contato com o serviço são independentes entre si. Deseja-se uma probabilidade de no máximo 1% dos clientes não conseguirem reclamar em quatro tentativas. Qual deve ser o valor mínimo de p?

A $1-(0{,}01)^4$. B $(0{,}01)^{1/4}$. ■ $1-(0{,}01)^{1/4}$. D $(0{,}99)^4$. E $1-(0{,}99)^4$.

Teste [Usina] Uma usina hidrelétrica possui 2 geradores, e a probabilidade de cada uma delas parar de funcionar é P(F1) = 1/10 e P(F2) = 1/5, respectivamente. A usina fornece energia a uma cidade onde a probabilidade de que a temperatura medida num momento qualquer seja acima de 30°C é P(Q) = 1/5 (nesses dias, espera-se uma demanda consideravelmente elevada de energia). A administração da usina considera três situações distintas em que esta opera:
Satisfatória (S): os dois geradores estão funcionando, e a temperatura está abaixo de 30°C;
Crítica (C): pelo menos um dos dois geradores não está funcionando, e a temperatura está acima de 30°C;
Marginal (M): todos os outros casos.
De acordo com as informações acima, e considerando que os eventos F1, F2 e Q são independentes, assinale a alternativa *incorreta*:

A $P(S) = 576/1000$. ■ $P(M) = 632/1000$. E $P(F1 \cap F2|Q) = 20/1000$.
B $P(C) = 56/1000$. D $P(F1 \cup F2) = 280/1000$.

Teste [Dados] Considere dois lançamentos de um dado honesto. X é o número de pontos obtidos no primeiro lançamento e Y o número de pontos obtidos no segundo lançamento. Considere agora a variável aleatória $Z = \max(X,Y)$. A expressão para $P(Z \leq k)$ é:

A $\frac{k^2-1}{36}$. ■ $\frac{k^2}{36}$. E $\sqrt{k}/\pi$.
B $\frac{k}{36}$. D $\frac{3k-2}{36}$.

Teste [Real] Seja um experimento em que consiste em se sortear uma vez um número real x do conjunto $S = [0,1]$. A distribuição de probabilidade para a variável aleatória X que corresponde ao experimento é uniforme (tem valor constante). Sejam também os eventos $A = \{x \in S : x \in [0,\frac{1}{4}]\}$, $B = \{x \in S : x \in [\frac{1}{8},\frac{5}{8}]\}$, $C = \{x \in S : x = \frac{1}{2}\}$. Considere as seguintes afirmações abaixo.
a) Os eventos A e B são mutuamente excludentes.
b) Os eventos A e B são independentes.
c) Como $P(C) = 0$, o evento C é impossível.
Então a alternativa correta é:

■ Só (b) é verdadeira. C Só (a) e (b) são verdadeiras. E Só (b) e (c) são verdadeiras.
B Só (a) é verdadeira. D Só (c) é verdadeira.

Teste [Variavel] Seja uma variável aleatória X que toma valores no conjunto $[0,1] \cap \mathbb{Q}$. $F(y) = P(X \leq y)$ é a sua função de distribuição (acumulada). Considere as afirmações abaixo.
a) X é uma variável aleatória contínua.
b) F é uma função estritamente crescente.
c) Para todo $x \in \mathbb{R}$, existe o limite $\lim_{y \to x^+} F(y)$ e vale $\lim_{y \to x^+} F(y) = F(x)$.
Então a alternativa correta é:

■ Só (c) é verdadeira. C Só (b) é verdadeira. E Só (a) e (b) são verdadeiras.
B Só (a) é verdadeira. D Só (a) e (c) são verdadeiras.

Catalog

Teste [Gatos] Em uma caixa fechada em que estão dois gatos, há também um dispositivo que pode matar gatos. As mortes dos gatos individualmente são eventos independentes. Cada gato morre com probabilidade $\frac{1}{2}$. A caixa permanece sempre fechada. Sabendo que pelo menos um dos gatos morreu no experimento, qual é a probabilidade P que ambos estejam mortos?

■ $\frac{1}{3}$. B $\frac{1}{2}$. C $\frac{1}{4}$. D $\frac{1}{6}$. E $\frac{2}{3}$.

Teste [Chute] Um aluno faz a P1 de Probabilidade que é composta de testes múltipla escolha. Suponha que para cada teste ele sabe a resposta ou "chuta" e escolhe uma opção aleatoriamente. Suponha ainda que se ele sabe a resposta, a probabilidade da resposta estar correta é 1, e se ele "chuta", essa probabilidade é $1/5$. Para tirar 5,0, os alunos precisam responder pelo menos 50% das perguntas corretamente. O aluno "estudou para tirar 5,0", ou seja, ele sabe a resposta de um teste com probabilidade 0,5. Dado que ele responde corretamente um teste, qual é a probabilidade de que ele realmente saiba a resposta?

A $3/5$ B $1/4$ C $1/2$ ■ $5/6$ E $1/5$

Teste [Posto] Suponha que um posto de combustível recebe 20% de sua gasolina do distribuidor D1, 30% do distribuidor D2 e 50% do distribuidor D3. Sabe-se que: dado que a gasolina vem de D1, 20% do seu conteúdo é adulterado; dado que a gasolina vem de D3, 2% do seu conteúdo é adulterado. Sabe-se também que a probabilidade de uma amostra aleatória de gasolina do posto estar adulterada é de 6,5%. A probabilidade de uma amostra aleatória de gasolina do posto ser adulterada dado que é de D2 é:

A 0,75 B 0,02 C 0,15 ■ 0,05 E 0,25

Teste [Custo] Um processo de fabricação de um produto pode ser subdividido em três etapas. Quando não ocorrem problemas em nenhuma das etapas o custo do produto é 6 reais. No caso de problemas na primeira etapa considera-se um custo adicional de 1 real. No caso de problemas na segunda etapa considera-se um custo adicional de 2 reais, e no caso de problemas na terceira etapa considera-se um custo adicional de 3 reais. Podem ocorrer problemas em mais de uma etapa e estes são eventos independentes. Sabe-se que as probabilidades de ocorrerem problemas nas etapas são: 10% na primeira, 20% na segunda e 30% na terceira. Qual a probabilidade de o custo final de um produto selecionado aleatoriamente ser estritamente superior a 6 reais e estritamente inferior a 10 reais?

■ 0,412 B 0,286 C 0,94 D 0,916 E 0,436

Teste [Continua] Uma variável contínua X tem densidade de probabilidade dada pela seguinte expressão:

$$f(x) = \begin{cases} c, & -2 \leq x \leq 0, \\ -x/2 + 3/4, & 0 < x \leq 1, \\ c/2, & 1 < x \leq 2, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

sendo c uma constante. O valor da probabilidade $p = P(X > 0 | -1/2 < X < 1/2)$ satisfaz:

A $0{,}40 \leq p < 0{,}50$. C $0{,}60 \leq p < 0{,}70$. E $0{,}80 \leq p < 0{,}90$.
B $0{,}50 \leq p < 0{,}60$. ■ $0{,}70 \leq p < 0{,}80$.

Teste [Discreta] A variável aleatória X pode assumir os valores -2,-1,0,1,2. Sabe-se que $P(-1 < X < 2) = 0.4$; $P(X = 0) = 0.3$; $P(|X| \leq 1) = 0.6$; $P(X \geq 2) = P(X = 1 \text{ ou } X = -1)$. As probabilidades de $\{X = -2\}$ e $\{X = 2\}$ são respectivamente:

A 0,2;0,1 ■ 0,1;0,3 C 0,3;0,3 D 0,1;0,2 E n.d.a

CATALOG

Probabilidade (espaço amostral S, eventos A,B,$\ldots$): $\mathbb{P}(A) \geq 0$; $\mathbb{P}(S) = 1$; $\mathbb{P}(\cup_i A_i) = \sum_i \mathbb{P}(A_i)$ para eventos A_i disjuntos. **Probabilidade condicional**: $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A \cap B)/\mathbb{P}(B)$. Temos: $\mathbb{P}(A) = \sum_i \mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i)$ se $\{B_i\}$ formam uma partição de S. Eventos $A_1, \ldots, A_n$ são **independentes** se $\mathbb{P}(A_{i_1} \cap \cdots \cap A_{i_k}) = \mathbb{P}(A_{i_1}) \times \cdots \times \mathbb{P}(A_{i_k})$ para qualquer escolha de $i_1, \ldots, i_k$. Número de possíveis escolhas ordenadas de k elementos entre n elementos: $n!/(n-k)!$. Número de possíveis escolhas não-ordenadas de k elementos entre n elementos (combinações): $n!/(k!(n-k)!) = \left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array}\right)$.

Variável aleatória: função de S para números reais. Variável aleatória X pode ser discreta (por exemplo, valores são números inteiros); nesse caso sua **distribuição** é caracterizada pela função $\mathbb{P}(X = x)$ para todo valor x de X. Variável aleatória pode ser contínua (por exemplo, valores formam intervalo dos reais); nesse caso sua distribuição é caracterizada pela **densidade** $f_X(x)$, definida como a derivada de $F_X(x)$, onde $F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ é a **função de distribuição cumulativa** de X ($F_X(x)$ é não-decrescente, tende a 0 para $x \to -\infty$, e tende a 1 para $x \to \infty$). Portanto $f_X(x) = d\mathbb{P}(X \leq x)/dx$ e $\mathbb{P}(\alpha \leq X \leq \beta) = \int_\alpha^\beta f_X(x)dx$.

Nome (completo):