

Prova Substitutiva - Probabilidade 0303200 — 2o. semestre 2015

Profs. Antunha, Cozman, Paiva.

Nome:

1. Quatro alunos, A, B, C, D , farão uma prova extra. O professor fez uma prova diferente para cada um, respectivamente provas 1, 2, 3, 4.

Suponha que a secretária se confunda e distribua as provas aleatoriamente para os alunos.

Qual a probabilidade de todos os alunos receberem as provas inicialmente programadas? [0.5]

Qual a probabilidade de nenhum aluno receber a prova inicialmente programada para ele? [0.5]

2. Antes de comprar um determinado produto, você exige que o produto seja testado repetidas vezes (isto é, haverá o teste 1, 2, 3, 4, ...). Cada teste pode ser positivo ou negativo; seja p a probabilidade de um teste ser positivo. Assuma que os testes são independentes.

Assim que são 2 testes *consecutivos* têm valor positivo, você compra o produto.

Considere a variável aleatória X , igual ao “número de testes que devem ser feitos até comprar o produto”.

Apresente $\mathbb{P}(X = 1), \mathbb{P}(X = 2), \mathbb{P}(X = 3), \mathbb{P}(X = 4)$. [1.0]

$$p = \frac{1}{4}$$

Apresente a função de probabilidades de X . [1.5]

3. Considere a variável aleatória contínua X , com função de distribuição acumulada

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq 0, \\ kx(1 + \ln(4/x)) & \text{para } 0 < x \leq 4, \\ 1 & \text{para } x > 4. \end{cases}$$

(a) Obtenha k . [0.5]

(b) Obtenha $\mathbb{P}(X \leq 1)$ e $\mathbb{P}(1 \leq X \leq 3)$. [0.5]

(c) Obtenha $\mathbb{P}(1 \leq X \leq 3 | X > 2)$. [0.5]

(d) Obtenha a função de densidade de probabilidade de X . [0.5]

(e) Lembrando que $\mathbb{E}[X] = \int xf(x)dx$, obtenha $E[X]$. [0.5]

4. O peso de um saco de cimento obedece a uma distribuição normal com valor esperado de 25 kg e desvio padrão 20 kg. O peso de um saco de cal obedece uma distribuição normal com uma média de 30 kg e desvio padrão 8 kg. Obtidos aleatoriamente um saco de cimento e um de cal, calcular a probabilidade do saco de cimento pesar mais do que o do cal. [1.5]

Caso tenhamos 1000 sacos de cimento, qual a probabilidade do peso total superar 30 toneladas? Use uma aproximação se julgar conveniente, justificando seu raciocínio. [1.0]

5. Um sistema eletrônico é composto por dois componentes A e B , que funcionam independentemente. O componente A tem duração de vida segundo uma distribuição normal de valor esperado 200 horas e desvio padrão 60 horas. O componente B tem duração de vida segundo uma exponencial de valor esperado 400 horas. Para que o sistema funcione é necessário que os dois componentes funcionem. Qual a probabilidade do sistema funcionar mais de 250 horas? [1.5]

NOTE: A prova tem duração de 100 minutos; alunos só podem sair da sala 60 minutos após o início da prova. O aluno deve comprovar sua identidade com documento oficial. Não é permitido o uso de calculadoras, nem de qualquer outro dispositivo eletrônico.

NOTE: É permitido o uso de um formulário (uma única folha A4), entregue junto com a prova, com nome e número USP; nesse formulário não podem ser incluídos exemplos nem exercícios resolvidos.