



0303200 – Probabilidades

Turma:

Prof:

Prova 3A

Nome (completo):

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

- 1) Use caneta azul ou preta para marcar as caixas e preencha a caixa totalmente para correta interpretação. Exemplo: ■. Não use ☒.
- 2) Insira seu número USP nas caixas ao lado.
- 3) A prova tem duração de 100 minutos; não haverá tempo adicional.
- 4) O aluno deve comprovar sua identidade com documento oficial.
- 5) Alunos só podem sair da sala de prova 60 minutos após o início da prova.
- 6) Não é permitido o uso de calculadoras.
- 7) Não é permitido o uso de telefones celulares ou equipamentos móveis similares. Esses equipamentos devem ser colocados na frente da sala.
- 8) Se necessário, consulte o formulário e a tabela da distribuição normal em anexo.
- 9) Responda as questões dissertativas em papel almaço.

Teste 1 Sejam duas variáveis aleatórias contínuas independentes X e Y sobre as quais sabe-se que $E(X) = 10$, $\sigma(X) = 10$, $\sigma(Y) = 10$ e $E(XY) = 60$. Define-se uma nova variável W dada por $W = X^2 + Y^2$. $E(W)$ vale

- [A] 96. [B] 136. [C] 256. [D] 200. [E] 336.

Teste 2 Seja (X, Y) uma variável aleatória discreta cuja distribuição de probabilidades é dada na seguinte tabela.

	$y_1 = 1$	$y_2 = 2$	$y_3 = 3$
$x_1 = 1$	$8k$	$6k$	$7k$
$x_2 = 2$	$5k$	$3k$	$6k$
$x_3 = 3$	0	$1k$	$4k$

Para $Z = XY$, a esperança condicional $E(Z|Y = 2)$ vale:

- [A] $\pi e^{\sqrt{-345}}$. [B] 2. [C] $27/40$. [D] $141/40$. [E] 3.

Teste 3 O eixo de um motor precisa ter um determinado comprimento e diâmetro; uma vez que o motor esteja montado, é possível medir o diâmetro do eixo, mas não o seu comprimento. Uma empresa produz eixos, cujos diâmetros e comprimentos estão distribuídos como descrito na tabela abaixo.

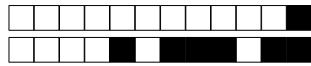
Diâmetro (↓) / Comprimento (→)	10 cm	11 cm	12 cm	13 cm
5mm	0,01	0,02	0,05	0,01
6mm	0	0,05	0,4	0,05
7mm	0,02	0,03	0,02	0,04
8mm	0,05	0,1	0,1	0,05

Dado que para um certo motor montado notou-se que o eixo tem o diâmetro $D = 6\text{mm}$, qual é a probabilidade do comprimento ser $C = 12\text{cm}$?

- [A] 0,70 [B] 0,4 [C] 0,5 [D] 0,57 [E] 0,8

Teste 4 Uma urna contém 3 bolas vermelhas e 2 bolas pretas. Duas bolas são retiradas SEM reposição. Seja X o número de bolas vermelhas e Y o número de bolas pretas. Calcular a covariância $\text{Cov}(X, Y)$.

- [A] $-4/5$ [B] $1/2$ [C] $-9/25$ [D] $-10/25$ [E] $2/25$



Teste 5 A tabela abaixo mostra a probabilidade conjunta de duas variáveis aleatórias discretas X e Y .

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0,125	a	0,10	0,125
x_2	0,05	0,06	b	0,05
x_3	0,075	0,09	0,06	0,075

Para que as duas variáveis sejam independentes, os valores de a e b deverão ser, respectivamente:

- A 0,15 e 0,04. C 0,075 e 0,02. E 0,075 e 0,04.
 B 0,0375 e 0,075. D 0,30 e 0,08.

Responda as questões dissertativas a seguir em folha de almoço.

1) Considere duas variáveis contínuas X e Y , com densidade:

$$f(x,y) = \begin{cases} \alpha xy, & x \in [0,1], y \geq 0, x+y \leq 2, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- a) Obtenha a constante α .
b) Obtenha a densidade marginal de X , $f_X(x)$.
c) Obtenha a probabilidade $\mathbb{P}(A)$ para o evento $A = \{(x,y) : y \geq x\}$.
d) Obtenha a densidade condicional de Y dado X , $f(y|x)$.

2) Um criador de frangos compra pintinhos a R\$0,10 cada um e ração a R\$200,00 por tonelada. Vende os frangos criados, prontos para o abate, por R\$1,00/kg para o frigorífico. Cada frango come, durante sua fase de crescimento, uma quantidade de ração segundo uma distribuição normal de esperança 10kg e desvio padrão 2kg, independentemente de seu peso final. O custo fixo de criação dos frangos é de R\$0,10 por frango (água, energia elétrica, mão de obra, manutenção, etc...). Os frangos ficam prontos para o corte com um peso médio de 2,5kg e variância de 0,09 kg². Qual a probabilidade de um frango escolhido ao acaso dar lucro ao produtor na hora da venda?



0303200 – Probabilidades

Turma:

Prof:

Prova 3B

Nome (completo):

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

- 1) Use caneta azul ou preta para marcar as caixas e preencha a caixa totalmente para correta interpretação. Exemplo: ■. Não use ☒.
- 2) Insira seu número USP nas caixas ao lado.
- 3) A prova tem duração de 100 minutos; não haverá tempo adicional.
- 4) O aluno deve comprovar sua identidade com documento oficial.
- 5) Alunos só podem sair da sala de prova 60 minutos após o início da prova.
- 6) Não é permitido o uso de calculadoras.
- 7) Não é permitido o uso de telefones celulares ou equipamentos móveis similares. Esses equipamentos devem ser colocados na frente da sala.
- 8) Se necessário, consulte o formulário e a tabela da distribuição normal em anexo.
- 9) Responda as questões dissertativas em papel almaço.

Teste 1 Sejam duas variáveis aleatórias contínuas independentes X e Y sobre as quais sabe-se que $E(X) = 10$, $\sigma(X) = 10$, $\sigma(Y) = 10$ e $E(XY) = 60$. Define-se uma nova variável W dada por $W = X^2 + Y^2$. $E(W)$ vale

- [A] 96. [B] 136. [C] 256. [D] 200. [E] 336.

Teste 2 Seja (X, Y) uma variável aleatória discreta cuja distribuição de probabilidades é dada na seguinte tabela.

	$y_1 = 1$	$y_2 = 2$	$y_3 = 3$
$x_1 = 1$	$8k$	$6k$	$7k$
$x_2 = 2$	$5k$	$3k$	$6k$
$x_3 = 3$	0	$1k$	$4k$

Para $Z = XY$, a esperança condicional $E(Z|Y = 2)$ vale:

- [A] $\pi e^{\sqrt{-345}}$. [B] 2. [C] $27/40$. [D] $141/40$. [E] 3.

Teste 3 O eixo de um motor precisa ter um determinado comprimento e diâmetro; uma vez que o motor esteja montado, é possível medir o diâmetro do eixo, mas não o seu comprimento. Uma empresa produz eixos, cujos diâmetros e comprimentos estão distribuídos como descrito na tabela abaixo.

Diâmetro (↓) / Comprimento (→)	10 cm	11 cm	12 cm	13 cm
5mm	0,01	0,02	0,05	0,01
6mm	0	0,05	0,4	0,05
7mm	0,02	0,03	0,02	0,04
8mm	0,05	0,1	0,1	0,05

Dado que para um certo motor montado notou-se que o eixo tem o diâmetro $D = 6\text{mm}$, qual é a probabilidade do comprimento ser $C = 12\text{cm}$?

- [A] 0,70 [B] 0,4 [C] 0,5 [D] 0,57 [E] 0,8

Teste 4 Uma urna contém 3 bolas vermelhas e 2 bolas pretas. Duas bolas são retiradas SEM reposição. Seja X o número de bolas vermelhas e Y o número de bolas pretas. Calcular a covariância $\text{Cov}(X, Y)$.

- [A] $-4/5$ [B] $1/2$ [C] $-9/25$ [D] $-10/25$ [E] $2/25$



Teste 5 A tabela abaixo mostra a probabilidade conjunta de duas variáveis aleatórias discretas X e Y .

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0,125	a	0,10	0,125
x_2	0,05	0,06	b	0,05
x_3	0,075	0,09	0,06	0,075

Para que as duas variáveis sejam independentes, os valores de a e b deverão ser, respectivamente:

- A 0,15 e 0,04. C 0,075 e 0,02. E 0,075 e 0,04.
 B 0,0375 e 0,075. D 0,30 e 0,08.

Responda as questões dissertativas a seguir em folha de almaço.

1) Considere duas variáveis contínuas X e Y , com densidade:

$$f(x,y) = \begin{cases} \alpha xy, & x \in [0,1], y \in [0,2], x-y \leq 0, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- a) Obtenha a constante α .
b) Obtenha a densidade marginal de X , $f_X(x)$.
c) Obtenha a probabilidade $\mathbb{P}(A)$ para o evento $A = \{(x,y) : x + y \leq 2\}$.
d) Obtenha a densidade condicional de Y dado X , $f(y|x)$.

2) Um criador de coelhos compra filhotes a R\$0,50 cada um e ração a R\$500,00 por tonelada. Vende os coelhos criados, prontos para o abate por R\$3,00/kg para o frigorífico. Cada coelho come, durante sua fase de engorda (70 dias), ração segundo uma distribuição normal de esperança 7kg e desvio padrão 1kg, independentemente de seu peso final. O custo fixo de criação dos coelhos é de R\$1,00 por coelho (água, energia elétrica, mão de obra, manutenção, etc...). Os coelhos ficam prontos para o abate com um peso vivo médio de 2,0kg e variância de 0,012 kg².

Qual a probabilidade de um coelho escolhido ao acaso dar lucro ao produtor na hora da venda?