0303200 – Probabilidades

Turma: | Prof: | **Prova 2**

Nome (completo): GABARITO

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

1) Use caneta azul ou preta para marcar as caixas e preencha a caixa totalmente para correta interpretação. Exemplo: ■. **Não use** ☒.
2) Insira seu número USP nas caixas ao lado.
3) A prova tem duração de 100 minutos; não haverá tempo adicional.
4) O aluno deve comprovar sua identidade com documento oficial.
5) Alunos só podem sair da sala de prova 60 minutos após o início da prova.
6) Não é permitido o uso de calculadoras.
7) Não é permitido o uso de telefones celulares ou equipamentos móveis similares. Esses equipamentos devem ser colocados na frente da sala.
8) Se necessário, consulte o formulário e a tabela da distribuição normal no verso da folha com questão dissertativa.

Teste 1 A variável aleatória R tem função densidade de probabilidade $f(r) = re^{-\frac{r^2}{2}}$, caso $r \geq 0$, e $f(r) = 0$ para $r < 0$. A esperança $E(G)$, sendo $G = 1/R$, é:

[A] $1/\sqrt{8\pi}$. [B] $\sqrt{2\pi}$. ■ $\sqrt{\pi/2}$. [D] $+\infty$. [E] 1/2.

Teste 2 Um escritório de uma empresa tem 8 vendedores que trabalham o mesmo número de horas no escritório e em serviço externo, com agenda aleatória. Qual o menor número de mesas de trabalho que deve existir no escritório de modo que cada um tenha uma mesa pelo menos 90% do tempo?

[A] 8. [B] 4. ■ 6. [D] 7. [E] 5.

Teste 3 A probabilidade de ocorrência de uma chuva crítica em um ano é q. O inverso dessa probabilidade, $1/q$, é chamado de período de retorno, em anos. Considerando que a ocorrência ou não de uma chuva crítica é independente para cada ano, determine a expressão da probabilidade P de não ocorrer uma chuva crítica em $1/q$ anos. Para $q \to 0$, qual o valor de P?

[A] 1. [B] 0,5. ■ e^{-1}. [D] $1 - e^{-1}$. [E] 0.

Teste 4 Considere uma variável aleatória X com distribuição de Poisson com parâmetro $4t$, em que t é um período de tempo fornecido, dado em horas. Esse tipo de variável é usada para representar solicitações de assistência em uma empresa de seguros: X é o número de pedidos de assistência em um intervalo de tempo t. Se os operadores da empresa tirarem meia hora de folga para almoço, qual é a probabilidade de não perderem nenhum chamado de assistência?

[A] e^2 [B] 1/8 [C] 1/e ■ $1/e^2$ [E] $1/\sqrt{e}$

Teste 5 Uma máquina (A) produz 100 kg de balas por dia, sendo que 14% das balas produzidas não atingem a especificação exigida por um supermercado. Uma nova máquina (B) foi adquirida e produz 200 kg de balas por dia. Constata-se que 8% das balas produzidas por esta máquina também não atingem a especificação do supermercado. Sabe-se que a produção das duas máquinas é misturada. Coletada uma amostra aleatória de 12 balas da produção, qual a probabilidade de que essa amostra contenha exatamente duas balas fora da especificação?

[A] $(0{,}14)^2(0{,}86)^{10}$ [C] $(2/3)0{,}08$ ■ $0{,}66(0{,}9)^{10}$
[B] $66(0{,}14)^2(0{,}86)^{10}$ [D] $(0{,}1)^2(0{,}9)^{10}$

Teste 6 Um equipamento industrial é bastante frágil. A probabilidade de apresentar defeito em um mês qualquer é q. Em função disto, deve-se programar o momento de parada do equipamento para a manutenção preventiva do equipamento. Qual a probabilidade e não acontecer defeito nos primeiros k meses?

[A] $1 - \sum_{j=1}^{k}(1-q)^j q$. [B] $\sum_{j=1}^{k}(1-q)^{j-1} q$. ■ $(1-q)^k$.
[C] qk. [E] $(1-q)^k q$.

Teste 7 O consumo diário de água de uma dada cidade pode ser considerado como uma variável Normal com esperança 500 000 m^3/dia e desvio-padrão de 150 000 m^3/dia. O suprimento diário de água é 600 000 m^3/dia com probabilidade 0,7, ou 750 000 m^3/dia com probabilidade 0.3. Qual a probabilidade de falta d'água em um dia qualquer?

A 0,3. B 0,05. C 0,45. D 0,19. E 0,75.

Teste 8 Pacientes que adquirem o vírus H1N1 são submetidos a um tratamento intensivo, cujo tempo de cura foi modelado por uma variável aleatória Normal de esperança 15 e desvio padrão 2 (em dias). O tempo mínimo necessário para que a probabilidade de cura de um paciente seja superior a 25% vale (em dias)

A 15. B 13. C 12. D 14. E 11.

Teste 9 O intervalo de tempo em minutos entre emissões consecutivas de uma fonte radioativa é uma variável aleatória exponencial com parâmetro $\lambda = 0{,}2$ emissões/min. Sabendo-se que o intervalo de tempo para que ocorra a emissão de uma partícula é superior a 5 min, a probabilidade desse intervalo ser superior a 7 min vale

A $e^{-0,4}$. B e^{-1}. C $e^{-2,4}$. D $e^{-1,4}$. E $e^{0,4}$.

Teste 10 A variável aleatória X tem distribuição uniforme no intervalo $[-1, 1]$. A função densidade de probabilidade da variável $Y = X^2$ no intervalo $[0, 1]$ é

A $f(y) = 1/(2\sqrt{y})$. C $f(y) = \sqrt{y}$. E $f(y) = 1$.
B $f(y) = 2\sqrt{y}$. D $f(y) = 1/4$.

Nome (completo):

P2 2016 — Testes

1. $E(G) = \int_0^\infty \frac{1}{r} . r e^{-r^2/2} dr$

$= \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-r^2/2} dr = \frac{\sqrt{2\pi}}{2}.$

2. N= nº de mesas

P(estar no escritório) = $\frac{1}{2}$

P(n funcionários no escritório) =

$$\sum_{n=0}^{N} \binom{8}{n} \frac{1}{2^8} > 0,9$$

$$\sum_{n=0}^{N} \frac{8!}{n!(8-n)!} > 2^8 . 0,9$$

N=7: $\binom{8}{8} . \frac{1}{2^8} < 0,1$

$\Rightarrow 0,1 . 2^8 > 1$ (V).

N=6 : $(8+1) < 0,1 . 2^8$ (V)

N=5: $\frac{8.7}{2} + 8 + 1 < 0,1 . 2^8 = 12,8$ (F)

$\Rightarrow \underline{\underline{N=6.}}$

3. $P\begin{pmatrix}\text{não ocorrer}\\ \text{chuva crítica}\\ \text{em } 1/q \text{ anos}\end{pmatrix} = (1-q)^{1/q}$

$$\lim_{q\to 0} (1-q)^{1/q} = \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x = e^{-1}.$$

4. $X \sim \text{Poisson}(4t)$, $t = 30$

$$P(X=0) = \frac{e^{-120}}{0!}\cdot 120^0 = e^{-120}$$

Se t em horas: $X \sim \text{Poisson}(2)$

$$P(X=0) = \frac{e^{-2}\cdot 2^0}{0!} = \frac{1}{e^2}.$$

5. $M_1 \to P_1 = 0{,}14$ 100 kg

$M_2 \to P_2 = 0{,}08$ 200 kg

$P(M_1) = \frac{1}{3}$ $P(M_2) = \frac{2}{3}$

$$P_T = P(D \mid M_1) \cdot P(M_1) + P(D \mid M_2) \cdot P(M_2)$$

$$= 0{,}14 \times \frac{1}{3} + 0{,}08 \times \frac{2}{3} = \frac{0{,}3}{3} = 0{,}1$$

$N = 12$ $\quad P(2) = \binom{12}{2} 0{,}1^2 \; 0{,}9^{10}$

$$= \frac{12 \cdot 11}{2} \cdot 0{,}01 \times (0{,}9)^{10}$$

$$= 0{,}66 \times (0{,}9)^{10}.$$

6. $P(\text{não defeito em 1 mês}) = 1 - q$

$P(\text{não defeito em k meses}) = (1-q)^k$

7. $C \sim N(500.000;\ 150.000^2)$

$P(\text{Falta} \mid \text{prod. baixa}) = P(C > 600.000)$

$= P\left(Z > \frac{100.000}{150.000}\right) = P\left(Z > \frac{2}{3}\right)$

$= 1 - 0{,}7486$

$P(\text{Falta} \mid \text{prod. alta}) = P(C > 750.000)$

$= P\left(Z > \frac{250.000}{150.000}\right) = P\left(Z > \frac{5}{3}\right) = 1 - 0{,}9525$

$P(\text{Falta}) \cong 1 - [0{,}7 \times 0{,}75 + 0{,}3 \times 0{,}95]$

$= 1 - [0{,}525 + 0{,}285] = 0{,}19$

8. $T \sim N(15; 4)$

$P(T \leqslant t_0) = 0{,}25$

$P\left(Z \leqslant \frac{t_0 - 15}{2}\right) = 0{,}25$

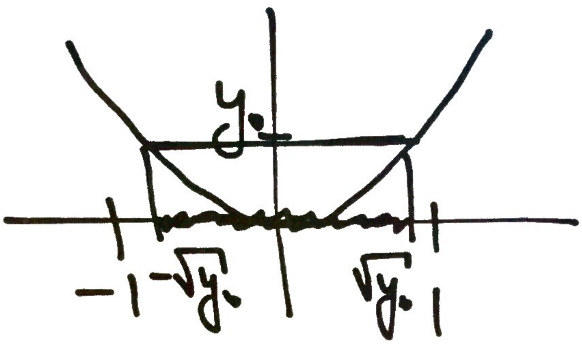
$\Rightarrow \frac{t_0 - 15}{2} = -0{,}67 \Rightarrow t_0 = 15 - 1{,}33$

$= 13{,}67.$

9. $T \sim Exp(0,2)$

$$P(T>7 \mid T>5) = \frac{e^{-7\times 0,2}}{e^{-5\times 0,2}} = e^{-2\times 0,2}$$
$$= e^{-0,4}$$

10.



$$P(Y \leq y_0) = F_Y(y_0) = 2 \cdot \frac{\sqrt{y_0}}{2} = \sqrt{y_0}, \quad 0 \leq y_0 \leq 1$$

$$f_Y(y_0) = \frac{1}{2\sqrt{y_0}}, \quad 0 \leq y_0 \leq 1,$$

e zero c.c.