

Prova 1 - Probabilidade 0303200 — 2o. semestre 2015

Profs. Antunha, Cozman, Paiva.

Nome:

1. Dois dados são jogados. Suponha que os 36 possíveis resultados sejam equiprováveis. Considere as seguintes variáveis aleatórias:

W é igual ao número de pontos no primeiro dado;

X é igual ao número de pontos no segundo dado;

$Y = (W - 3)^2$;

$Z = \min(W, X)$.

a) Determine as funções de probabilidade de Y e Z . [2.0]

b) Determine $\mathbb{P}(Z = 2|Y = 4)$. [1.0]

2. Considere duas urnas e três moedas. A primeira urna tem 9 bolas brancas e 5 bolas pretas. A segunda urna tem 3 bolas brancas e 8 bolas pretas. Cada moeda tem dois lados (cara e coroa); suponha que os dois sejam equiprováveis em um lançamento. Suponha também que o resultado de lançamentos das moedas sejam eventos independentes.

As três moedas serão lançadas, e caso as três moedas mostrem a mesma face, a primeira urna é selecionada, e uma bola é extraída aleatoriamente; caso contrário, a segunda urna é selecionada, e uma bola é extraída aleatoriamente. Considere X como o número de bolas brancas extraídas.

Qual é a probabilidade do evento $\{X = 1\}$? [2.0]

3. Uma variável aleatória contínua X é usada para modelar um fenômeno físico. Por um argumento baseado em limites de variáveis discretas se chegou à seguinte forma para a densidade de probabilidade de X :

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x^2 + \beta x, & \text{para } 0 \leq x \leq 1; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Além disso, experimentos fixam um valor da distribuição acumulada: $F_X(1/2) = 1/5$.

a) Com esses dados, obtenha a função de densidade de X . [1.5]

b) Qual é a probabilidade $\mathbb{P}(X \in [-1/4, 1/4])$? [1.0]

4. Um fazendeiro observa que há quatro pares de animais em sua fazenda. O primeiro par tem duas vacas. O segundo par também tem duas vacas. O terceiro par tem uma vaca e um porco. O ~~terceiro~~ ^{quarto} par tem dois porcos.

O fazendeiro seleciona um par aleatoriamente. Dado o par, o fazendeiro seleciona um dos dois animais aleatoriamente.

Considere o espaço de pares (A, B) , onde A é o animal selecionado do par selecionado, e B é o outro animal. Existem 8 pares desse tipo.

Qual é a probabilidade do animal não selecionado ser uma vaca, dado que o animal selecionado é uma vaca? Justifique o raciocínio. [2.5]

NOTE: A prova tem duração de 100 minutos; alunos só podem sair da sala 60 minutos após o início da prova. O aluno deve comprovar sua identidade com documento oficial. Não é permitido o uso de calculadoras, nem de qualquer outro dispositivo eletrônico.

NOTE: É permitido o uso de um formulário (uma única folha A4), entregue junto com a prova, com nome e número USP; nesse formulário não podem ser incluídos exemplos nem exercícios resolvidos.