1ª Prova de Probabilidade
06/04/2015

Nome:________________________________
N º USP:_____________

Atenção:

- A prova tem duração de 100 minutos; não haverá tempo adicional.
- O aluno deve comprovar sua identidade com documento oficial.
- Alunos só podem sair da sala de prova 60 minutos após o início da prova.
- Não é permitido o uso de calculadoras. Deixe resultados indicados (e.g. frações, $\sqrt{3}$, etc).
- Não é permitido o uso de telefones celulares ou equipamentos móveis similares. Esses equipamentos deverão ser colocados na frente da sala.
- É permitido o uso de um formulário (uma única folha A4) com fórmulas relacionadas à disciplina (não podem ser incluídos exemplos nem exercícios resolvidos). Nessa folha deverá constar nome e número USP do aluno, e a mesma será entregue com a prova.

Boa Prova!

Questão 1 (2,5)

Historicamente sabe-se que 10% dos artigos de uma firma são de segunda qualidade. Um inspetor de controle de qualidade da firma examina os artigos de um lote classificando-os como de primeira qualidade ou de segunda qualidade. Este profissional pode cometer erros de classificação. A chance de classificar um artigo de primeira categoria como sendo de segunda é de 0,3. A probabilidade de que classifique um artigo de segunda categoria como sendo de primeira é de 0,4.

a) **(1,0)** Se um artigo foi classificado como de primeira qualidade, qual a probabilidade de que a classificação esteja incorreta?
b) **(1,5)** Considere que se um produto é classificado incorretamente, a probabilidade de que o gerente de qualidade identifique o erro do inspetor seja de 15%. Uma vez identificado o erro a probabilidade do gerente encaminhar o inspetor para um programa de treinamento é de 25%. Se o erro não for identificado, esta probabilidade é de 17%. Finalmente, o inspetor não é encaminhado para treinamento se não houve erro de classificação. Qual a probabilidade de que o inspetor seja encaminhado para o treinamento?

Questão 2 (valor 2,5)

Milton e Victor combinam de se encontrar entre 18 e 19 horas para jantar em um restaurante italiano. Sejam X = hora de chegada de Victor e Y = hora de chegada de Milton. Suponha que X e Y sejam independentes com distribuição uniforme no intervalo [18;19].

a) **(0,5)** Determine a probabilidade de que ambos cheguem entre 18:30 e 18:45.
b) **(1,0)** Imagine agora que 10 alunos marquem de jantar neste restaurante e que a hora da chegada seja independente. Assuma ainda que a hora de chegada de cada um tenha distribuição uniforme no intervalo [18;19]. Qual a probabilidade de que exatamente 2 alunos cheguem antes das 18:30? (dê um número e não uma fórmula!)
c) **(1,0)** Qual a probabilidade de que Milton e Victor cheguem antes das 18:45 e apenas três dos oito alunos restantes cheguem após 18:45?

Questão 3 (valor 2,5)
O tempo de vida, em horas, de um chip de um computador é uma variável aleatória com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{k}{x^2} & x > 100 \\ 0 & x \leq 100 \end{cases}$$

a) **(0,5)** Encontre k de forma que f(x) seja uma função densidade de probabilidade.
b) **(1,0)** Qual a probabilidade de um chip durar mais que t horas?
c) **(1,0)** Qual a probabilidade de exatamente dois de cinco chips do aparelho tenham que ser trocadas nas primeiras 150 horas de operação? Suponha que os eventos em que o chip i tem que ser substituído dentro desse intervalo sejam mutuamente independentes.

Questão 4 (2,5)

A função densidade de X é dada por

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Considere Y= e^X .

a) **(0,5)** Calcule P($e^X \le 1{,}7$).
b) **(1,0)** Determine a função densidade acumulada de Y.
c) (**1,0)** Determine a função densidade de probabilidade de Y.