

# Fuça Transcal P3 - Radiação

## → Conceitos básicos

- Poder Emissivo (E): Taxa na qual a radiação é emitida de uma superfície por unid. de área.  $E = \epsilon \sigma T_s^4$
- Irradiação (G): Taxa na qual a radiação incide sobre uma superfície por unidade de área. A irradiação pode ser refletida, absorvida ou transmitida.
- Radiosidade (J): Taxa na qual radiação deixa uma superfície por unidade de área. Para uma superfície opaca:  $J = E + \rho G$
- Fluxo radiante líquido ( $q''_{rad} = J - G$ ): Taxa líquida de radiação deixando uma superfície por unid. área.

A irradiação  $G$  é dividida em parcelas:

$$\rho + \alpha + \tau = 1$$

refletividade      absorptividade      transmissividade

Para um corpo opaco:

$$\left. \begin{aligned} J &= E + G_{ref} = E + \rho G \\ \rho + \alpha &= 1 \quad (\tau = 0) \end{aligned} \right\}$$

Via de regra, essas propriedades variam com o comprimento de onda  $\lambda$  e o ângulo de irradiação/emissão. Superfície difusa  $\equiv$  emissão igual p/ todos os ângulos!  $\epsilon_\lambda$

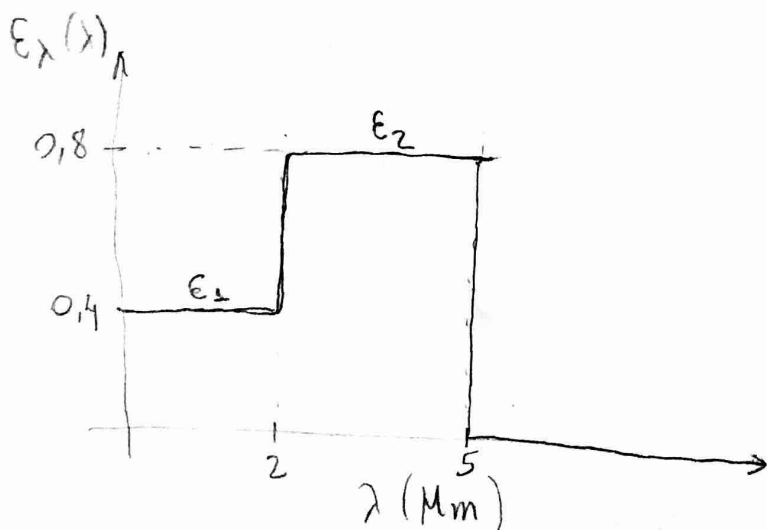
$\epsilon$  = emissividade hemisférica total

$$\epsilon(T) = \frac{E(T)}{E_{cn}(T)} \rightarrow \text{corpo real} \quad \rightarrow \text{corpo negro (modelo)} \rightarrow E_{cn} = \sigma T^4$$

$\epsilon_\lambda$  = emissividade hemisférica espectral (depende do comprimento de onda  $\lambda$ ).

$$\epsilon = \int_0^\infty \epsilon_\lambda \frac{E_{\lambda, cn} d\lambda}{E_{cn}} ; \quad F(0 \rightarrow \lambda) = \int_0^\lambda \frac{E_{\lambda, cn} d\lambda}{E_{cn}}$$

Exemplo 12.6 (7ª ed.) ;  $T_s = 1600 \text{ K}$



Temos um gráfico de  $\epsilon_\lambda$ , mas queremos  $\epsilon$  (emiss. total). Precisamos calcular

$$\begin{aligned} \epsilon &= \int_0^\infty \epsilon_\lambda \frac{E_{\lambda, cn} d\lambda}{E_{cn}} \\ &= \epsilon_1 \int_0^2 \frac{E_{\lambda, cn} d\lambda}{E_{cn}} + \epsilon_2 \int_2^\infty \frac{E_{\lambda, cn} d\lambda}{E_{cn}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \epsilon_1 F(0 \rightarrow 2 \mu\text{m}) + \epsilon_2 [F(0 \rightarrow 5 \mu\text{m}) - F(0 \rightarrow 2 \mu\text{m})]$$

$$\lambda_1 T = 2 \mu\text{m} \times 1600 = 3200 \mu\text{m K} \rightarrow F(0 \rightarrow 2) = 0,318$$

$$\lambda_2 T = 5 \mu\text{m} \times 1600 = 8000 \mu\text{m K} \rightarrow F(0 \rightarrow 5) = 0,594$$

$$\xi = 0,4 \cdot 0,318 + 0,8 [0,856 - 0,318] \Rightarrow \xi = 0,558$$

Observações

- \* Se for dado  $\alpha_\lambda$  em vez de  $\epsilon_\lambda$ , podemos supor  $\alpha_\lambda = \epsilon_\lambda$ .  
Justificativa: superfície difusa, opaca e cinza.
- \* Se queremos calcular  $\epsilon$  para uma superfície difusa A, devemos fazê-lo com relação à Temp. superficial de A.
- \* Se queremos calcular  $\alpha$ , o faremos com relação a uma fonte de calor B, e usamos  $T_{sup, B}$  nos cálculos. Teremos  $\alpha$  da superfície A com respeito a  $T_B$ .
- \* corpo cinza: absorve parcialmente a radiação que o atinge. A emissividade não depende de  $\lambda$ ,  $\theta$  e T. Emissividade constante

→ Troca de radiação entre superfícies

- Fator de forma:  $F_{ij}$  = fração da radiação que deixa a superfície i e é interceptada pela superfície j.

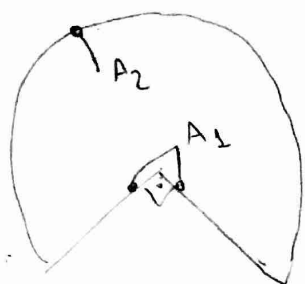
- Relação fundamental:  $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$

- Em uma cavidade fechada:  $\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1$

Se a superfície for côncava ela enxerga a si mesma e então  $F_{ii} \neq 0$ . Se for plana ou convexa  $F_{ii} = 0$ .

# Exemplos fatores de forma

a)



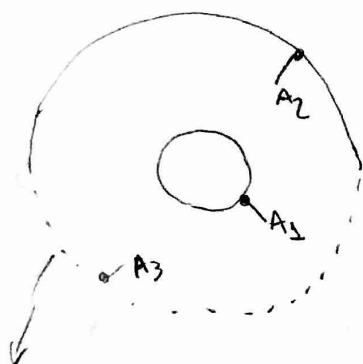
$$F_{11} = 0 \quad ; \quad F_{12}$$

$$F_{11} + F_{12} = 1 \Rightarrow F_{12} = 1$$

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \Rightarrow F_{21} = \frac{A_1}{A_2}$$

$$F_{21} + F_{22} = 1 \Rightarrow F_{22} = 1 - \frac{A_1}{A_2} = 1 - \frac{2RL}{\frac{3}{4} \cdot 2\pi R \cdot L}$$

b)



$$A_2 = 2A_1$$

$$F_{12} = ?$$

$$F_{21} = ?$$

$$F_{11} = 0$$

$$F_{12} + F_{13} = 1$$

$$F_{12} = F_{13} \quad (\text{simetria}) \Rightarrow$$

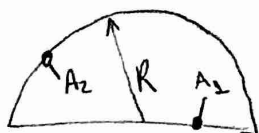
$$F_{12} = 0,5$$

$$\Rightarrow F_{12} A_1 = F_{21} A_2 \Rightarrow$$

$$F_{21} = \frac{1}{2} \frac{A_1}{A_2} = \underline{0,25}$$

superfície 3 é auxiliar

c)

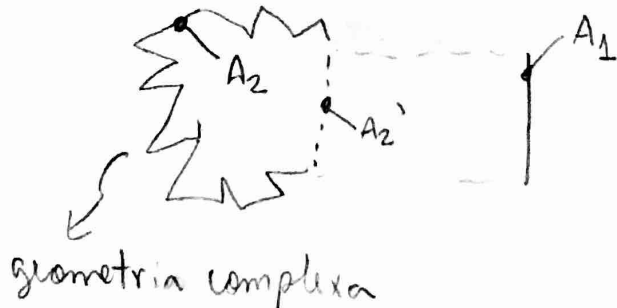


$$F_{11} = 0 \Rightarrow F_{12} = 1$$

$$F_{12} A_1 = F_{21} A_2 \Rightarrow F_{21} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{2RL}{\pi RL} = \frac{2}{\pi} \approx 0,637$$

$$F_{21} + F_{22} = 1 \Rightarrow F_{22} = 1 - \frac{2}{\pi} \approx 1 - 0,637 = 0,363$$

d)



$$F_{12} = F_{12'}$$

$$A_2 F_{21} = A_2' F_{21'}$$

geometria complexa

→ Troca de radiação entre superfícies cinzas, difusas, opacas em uma cavidade fechada

$q_i$  = taxa líquida na qual radiação deixa uma superfície  $i$

$$q_i = A_i (J_i - G_i) \quad (*)$$

$\uparrow$              $\uparrow$   
sai            chega

Mas  $J_i = E_i + \rho_i G_i$

$\rho + \alpha = 1$  (superfície opaca)  $\Rightarrow$

$$J_i = E_i + (1 - \alpha) G_i$$

$$q_i = A_i [E_i + (1 - \alpha) G_i - G_i]$$

$$q_i = A_i [E_i - \alpha G_i] ; \text{ mas } \epsilon_i = \alpha_i \text{ p/ uma superfície difusa, opaca e cinza:}$$

Além disso  $E_i = \epsilon_i E_{cm,i}$

$$q_i = A_i \left( J_i - \frac{J_i \epsilon_i E_{cm,i}}{1 - \epsilon_i} \right)$$

Subst.  $G$  em (\*):

$$q_i = \frac{E_{cm,i} - J_i}{(1 - \epsilon_i) / \epsilon_i A_i}$$

Outra expressão:

$$q_i = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}}$$

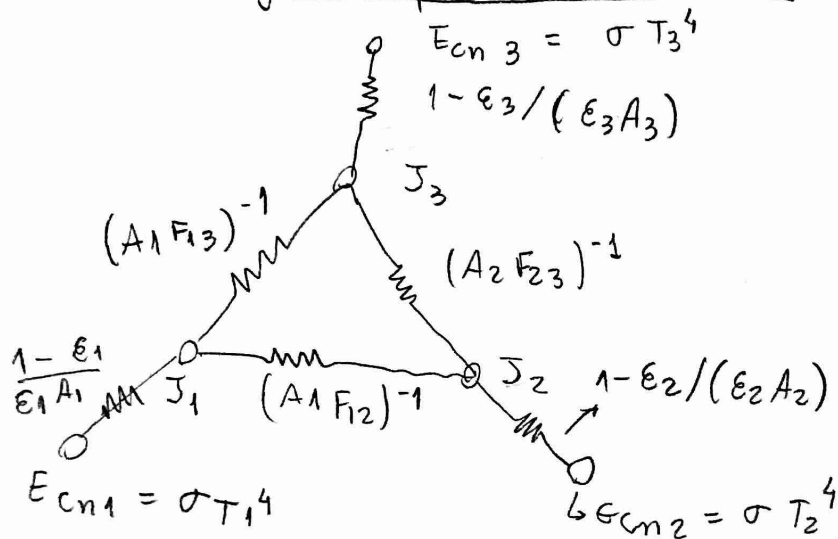
(útil qdo não conhecemos  $T_i$ , portanto não temos  $E_{cm,i}$ )

Combinando :

$$\left. \frac{E_{cn,i} - J_i}{(1 - \epsilon_i) / \epsilon_i A_i} = \sum_{j=1}^N \frac{J_j - J_i}{(A_i F_{ij})^{-1}} \right\}$$

(útil qdo. temos  $T_i$ )

Abordagem por circuitos :



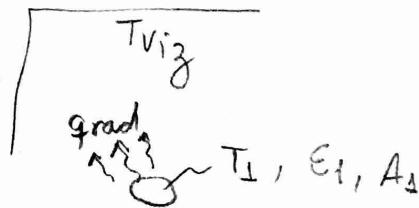
Simplificações :

- corpo negro  $\Rightarrow J_i = E_{cn,i} = \sigma T_i^4$   
Podemos considerar corpo negro se esse corpo for muito maior que os outros (muitas vezes nem temos como calcular sua área, ex: paredes da sala)
- Superfície reradiante = parede isolada  $\rightarrow$  não há radiação líquida  $q_i = 0 \Rightarrow J_i = E_{cn,i}$  (comporta-se como corpo negro)
- Superfícies são determinadas tanto pela geometria quanto pela temperatura.

→ Considerações gerais sobre  $q_i$ :

- $q_i = A_i (J_i - G_i)$ , ou seja (tudo que sai) - (tudo q. entra) em termos de radiação.
- Se  $q_i > 0$ , tem mais radiação saindo do que entrando. Se estamos no regime estacionário, é necessário que alguma fonte esteja fornecendo energia à superfície  $i$ . Pode ser uma geração, condução, convecção, etc...
- Se  $q_i < 0$ , temos mais radiação chegando do que saindo. É necessário um mecanismo de remoção de calor. Exemplos: convecção ou uma outra radiação com a vizinhança.

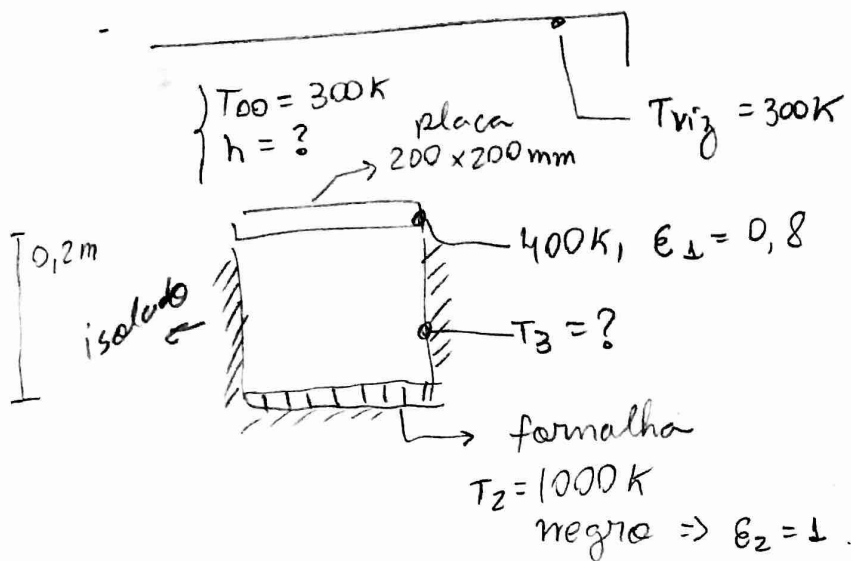
→ Objeto pequeno trocando calor c/ vizinhança grande  $\Rightarrow$



$$q_{\text{rad}} = A_1 \sigma \epsilon (T_1^4 - T_{\text{viz}}^4)$$

Ex 13.94 - 7ª edição

adaptado



a) Calcule a transf. radiante líquida para a superfície inferior da placa.

b) considerando regime permanente, calcule  $h = ?$

c) calcule a temperatura das laterais do forno

Temos 3 superfícies no interior do forno. Vamos escrever 3 equações. Primeiro vamos calcular as áreas e fatores de forma

$$A_{\perp} = 0,2 \cdot 0,2 \Rightarrow A_{\perp} = 0,04 \text{ m}^2;$$

$$A_2 = 0,04 \text{ m}^2$$

$$A_3 = 4 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \Rightarrow A_3 = 0,16 \text{ m}^2$$

Fator de forma  $F_{21}$  (ver figura 13.4)

$$X = 0,2 \text{ m} \quad Y = 0,2 \text{ m} \quad L = 0,2 \text{ m}$$

$$X/L = 1 \quad ; \quad Y/L = 1 \quad ; \quad \text{Logo} : F_{21} = 0,2$$

$$F_{2,2} = 0 \text{ (superfície plana)} \Rightarrow F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1 \Rightarrow F_{23} = 0,8$$

Por simetria:  $F_{12} = 0,2$ ;  $F_{11} = 0$ ;  $F_{13} = 0,8$ ;  $F_{31} = F_{13} \frac{A_1}{A_3} = 0,2$

Superfície 1: 
$$\frac{\sigma T_1^4 - J_1}{(1 - \epsilon_{\perp}) / \epsilon_{\perp} \cdot A_{\perp}} = \frac{J_1 - J_2}{(A_{\perp} \cdot F_{12})^{-1}} + \frac{J_1 - J_3}{(A_{\perp} \cdot F_{13})^{-1}} = q_{\perp}$$



Superfície 2:  $\sigma T_2^4 = J_2$  ;  $\frac{J_2 - J_1}{(A_2 F_{21})^{-1}} + \frac{J_2 - J_3}{(A_2 F_{23})^{-1}} = q_2$

Superfície 3:  $\begin{cases} q_3 = \frac{J_3 - J_1}{(A_3 F_{31})^{-1}} + \frac{J_3 - J_2}{(A_3 F_{32})^{-1}} = 0 \Rightarrow 2J_3 = J_1 + J_2 \\ \downarrow \\ \text{reradiante} \\ J_3 = \sigma T_3^4 ; \end{cases}$

Matrizes:  $[C] = [B][J]$  ; (Irregulares:  $J_1, J_2, J_3, q_1, q_2, T_3 \Rightarrow 6$  equações)

$$\begin{bmatrix} \frac{\sigma T_1^4}{(1-\epsilon_1)/\epsilon_1 A_1} \\ \sigma T_2^4 \\ \sigma T_3^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(A_1 F_{12})^{-1}} + \frac{1}{(1-\epsilon_1)/\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{(A_1 F_{13})^{-1}} & \frac{-1}{(A_1 F_{12})^{-1}} & \frac{-1}{(A_1 F_{13})^{-1}} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix}$$

Segunda Matriz (q's)

$$\begin{bmatrix} -q_1 + \frac{\sigma T_1^4}{(1-\epsilon_1)/\epsilon_1 A_1} \\ -q_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-\epsilon_1)/\epsilon_1 A_1} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{(A_2 F_{21})^{-1}} & \left[ \frac{1}{(A_2 F_{21})^{-1}} + \frac{1}{(A_2 F_{23})^{-1}} \right] & \frac{-1}{(A_2 F_{23})^{-1}} \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix}$$

Se usarmos as equações 1, 2 e 6 montamos:

$$\begin{bmatrix} \frac{5,67 \cdot 10^{-8} (400)^4}{(1-0,8)/0,8 \cdot 0,04} \\ 5,67 \cdot 10^{-8} (1000)^4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[ \frac{1}{(0,04 \cdot 0,2)^{-1}} + \frac{1}{(1-0,8)/0,8 \cdot 0,04} + \frac{1}{(0,04 \cdot 0,8)^{-1}} \right] i & \frac{-1}{(0,04 \cdot 0,2)^{-1}} & \frac{-1}{(0,04 \cdot 0,8)^{-1}} \\ 0 & i & 1 & i & 0 \\ -1 & -1 & 2 & & \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 232,2432 \\ 56700 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2 & -0,008 & -0,032 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix}$$

$$J_1 = 8657,82 \text{ W/m}^2$$

$$J_2 = 56700 \text{ W/m}^2$$

$$J_3 = 32678,91 \text{ W/m}^2$$

Subst em 4:

$$\frac{\sigma T_1^4 - J_1}{(1-\epsilon_1)/\epsilon_1 A_1} = q_1 \Rightarrow \frac{5,67 \cdot 10^{-8} (400)^4 - 8657,82}{(1-0,8)/0,8 \cdot 0,04} = q_1$$

$$\Rightarrow q_1 = -1153 \text{ W}$$

Substituindo em 5:  $q_2 = 1153$  (ou seja, como

3 é reradiante, tudo que entra em 1 sai de 2)

↓  
isolada

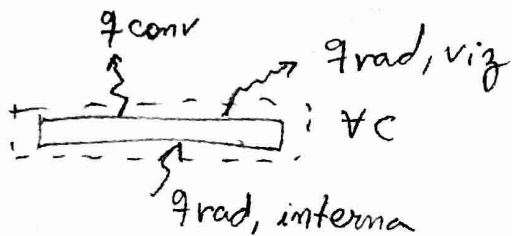
$$T_3 = ?$$

$$J_3 = \sigma T_3^4 \Rightarrow 32678,91 = 5,67 \cdot 10^{-8} T_3^4 \Rightarrow \underline{T_3 \approx 871 \text{ K}}$$

$$h = ?$$

Temos  $q_1 = -1153 \text{ W}$  (mais radiação chegando do que saindo)

Balanco de energias em  $\Delta$ :



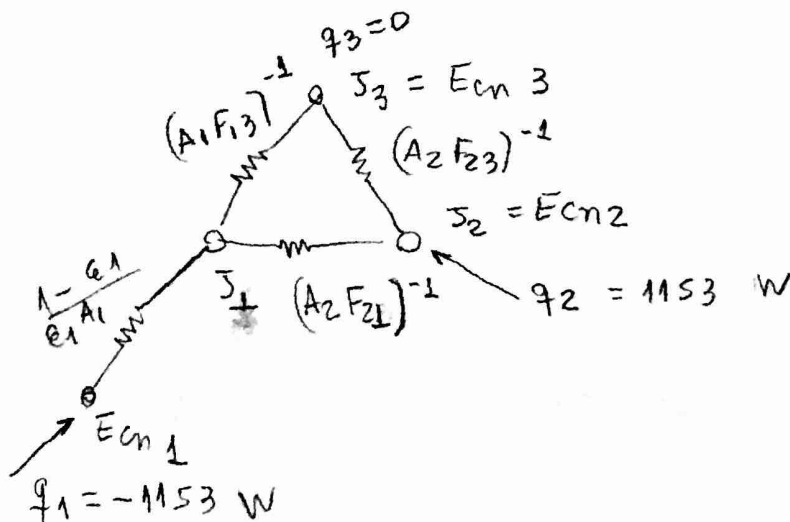
$$q_{\text{rad, interna}} = q_{\text{conv}} + q_{\text{rad, viz}}$$

$$1153 = h \cdot A_{\perp} (T_1 - T_{\infty}) + \epsilon \sigma_{\perp} A_{\perp} (T_1^4 - T_{\text{viz}}^4)$$

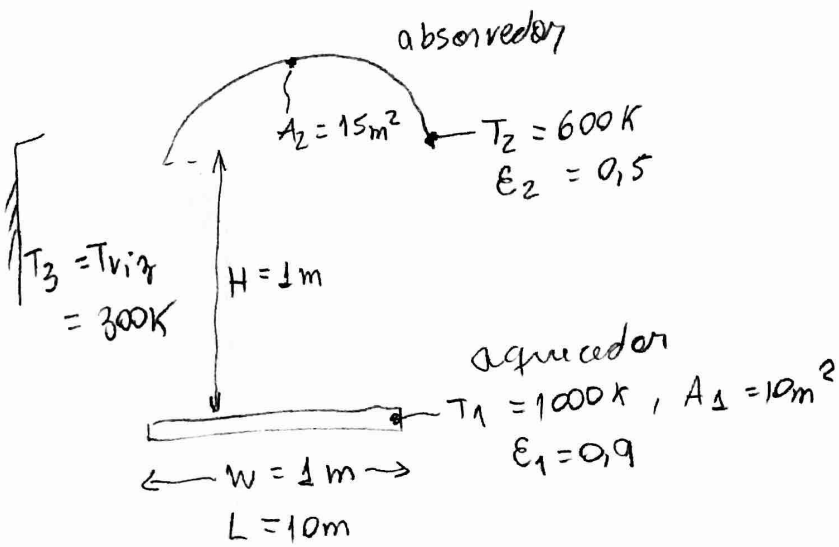
$$1153 = h \cdot 0,04 (400 - 300) + 0,8 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 0,04 (400^4 - 300^4)$$

$$\underline{h = 280 \text{ W/m}^2\text{K}}$$

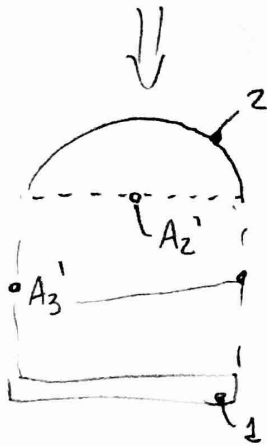
Circuito equivalente :



# Exemplo 13.4



Qual a taxa de transf de calor p/ a superfície do absorvedor



$$F_{12}' = ?$$

Usando figura 13.4  $\Rightarrow Y/L = 1.0$   
 $X/L = 1$

$$F_{12} = 0.4 \quad ; \quad F_{12} = F_{12}'$$

(tudo que passa por 2' chega a 2)

$$F_{13} + F_{12} + F_{11} = 1 \Rightarrow F_{13} = 1 - 0.4$$

$$F_{13} = 0.6$$

$$F_{21} = F_{2'1} = F_{12}' = F_{12} \Rightarrow f_{21} = F_{12} = 0.4$$

$$F_{2'3} = F_{13} \Rightarrow F_{2'3} = 0.6$$

$$A_2 F_{23} = A_2' F_{2'3} \Rightarrow F_{23} = \frac{A_2'}{A_2} F_{2'3} = \frac{10}{15} 0.6 \Rightarrow F_{23} = 0.4$$

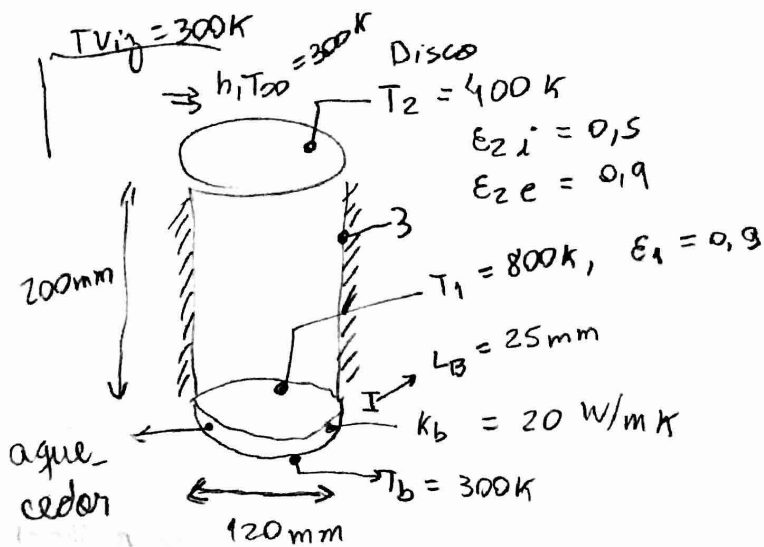
→ Escrever equações

$$\frac{E_{cni} - J_i}{(1 - \epsilon_i) / \epsilon_i A_i} = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}}$$

→ considerar 3 como corpo negro

→ fazer  $A_3$  desaparecer. Por exemplo, substitua  $A_3 F_{23} = A_2 F_{23}$

Comentários sobre 13.100 7ª ed.



a) Qual a potência elétrica fornecida à base?

b) Temperatura das laterais  $T_3$

cálculo dos fatores de forma:

Ver figura 13,5 da 7ª edição.

$$L = 0,2 \text{ m}; \quad r_i = 0,06 \text{ m}; \quad r_j = 0,06 \text{ m}$$

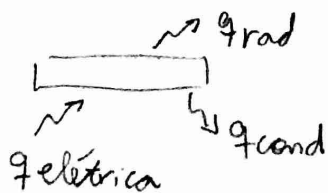
$$L/r_i = 3,33 \quad ; \quad r_j/L = 0,3 \quad \Rightarrow \quad F_{12} = F_{21} = 0,08 \quad ;$$

$$\Rightarrow F_{13} = F_{23} = 0,92 \quad ;$$

→ Escrever equações 
$$\frac{E_{cn i} - J_i}{(1 - \epsilon_i) / \epsilon_i A_i} = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}} = q_i$$

→ Lembrar que sup. irradiante (3) se comporta como um corpo negro.

→ Na base teremos a seguinte balanço de energia



$$q_{elet} = q_{rad} + q_{cond}$$

$$q_{elet} = q_{\perp} + \frac{k A_{\perp} \Delta T}{L}$$