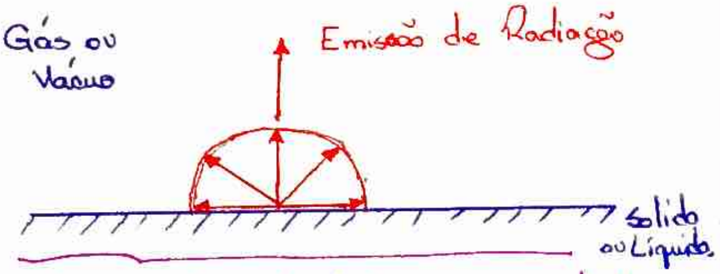
Paulo Akira

Transcal P3 -2018.2

XII) Conceitos Fundamentais em Radiação

Associamos a radiação térmica à taxa na qual a energia é emitida pela matéria como resultado de sua temperatura não nula.

↳ a emissão energética está relacionada com com a oscilação ou transição dos elétrons. As oscilações e transições dos elétrons são sustentadas pela energia interna. Já a energia interna é sustentada pela temperatura.



A radiação pode ser tratada como um fenômeno de superfície, pois, na maioria dos sólidos a radiação emitida pelas moléculas é fortemente absorvida pelas moléculas adjacentes. Dessa forma, a radiação emitida se origina das moléculas próximas a superfície ($\cong 1\mu m$)

Se considerarmos a radiação como propagação de uma onda eletromagnética, podemos definir:

$$\boxed{\lambda = \frac{c}{\nu}}$$

λ → comprimento

ν → frequência

Obs: a radiação térmica é a faixa de 0,1 μm até 100 μm de comprimento de onda. Nesta faixa, a radiação é causada pela temperatura da matéria ou afeta seu estado térmico.

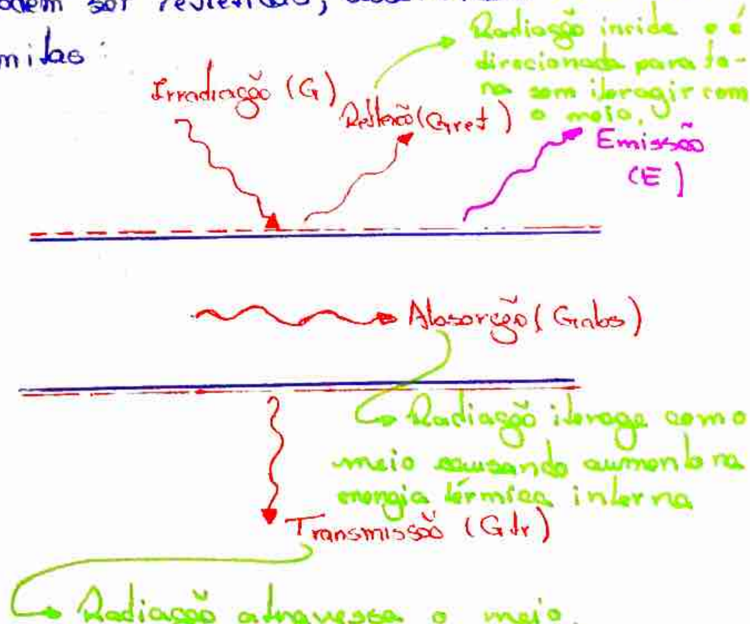
→ Espectral → em função do comp. de onda

→ Direcional → em função da direção.

→ Radiação na superfície

- Poder emissivo E (W/m²): é a taxa na qual radiação é emitida de uma superfície por unidade de área superficial, em todos os comprimentos de onda e direções ↳ Corpo Negro: $E = E\sigma T^4$
- Irradiação G (W/m²): é a taxa na qual radiação incide sobre uma superfície por unidade de área superficial, com todos os comprimentos de onda e em todas as direções

Quando a radiação incide em um meio semi-transparente parcelas de irradiação podem ser refletidos, absorvidos ou transmitidos:



ρ = fração da irradiação que é refletida (refletividade)

α = fração da irradiação que é absorvida (absortividade)

τ = fração da irradiação que é transmitida (transmissividade)

$$G = \underbrace{\alpha G}_{G_{abs}} + \underbrace{\rho G}_{G_{ref}} + \underbrace{\tau G}_{G_{tr}} \Rightarrow G = G(\alpha + \rho + \tau) \Rightarrow \boxed{\alpha + \rho + \tau = 1}$$

Para um meio opaco, $\tau = 0$: $\alpha + \rho = 1$.

• Radiosidade J (W/m^2): leva em conta toda a energia radiante deixando a superfície.

Para uma superfície opaca: $J = E + G_{ref} = E + \rho G$ — sem transmissão!

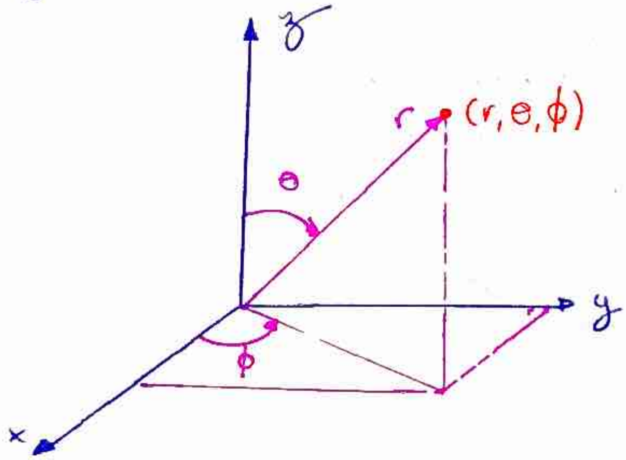
• Fluxo Radiante Líquido q''_{rad} (W/m^2): é a diferença entre as radiações saindo e entrando.

$$\boxed{q''_{rad} = J - G}$$

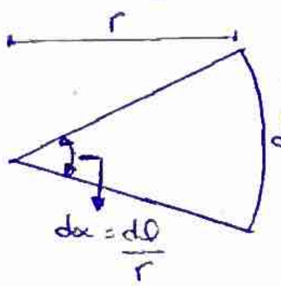
As grandezas apresentadas anteriormente só podem ser quantificadas quando conhecemos a natureza espectral (corpo negro) e direcional (intensidade)

⇒ Intensidade de Radiação:

Utilizaremos o sistema de coordenadas esférico:



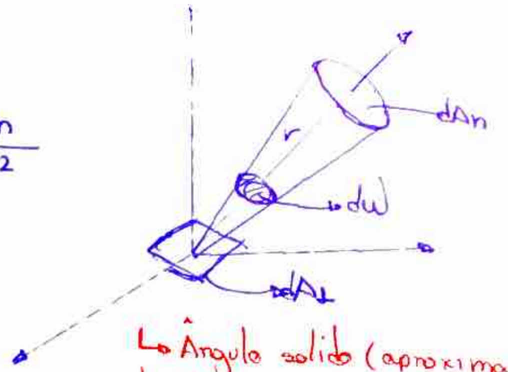
Ângulo Plano e Ângulo Sólido:



⇝ Ângulo Plano (aproximação pela corda)

O ângulo sólido ω é definido como a razão entre a área delimitada na superfície e o quadrado do raio.

$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2}$$



↳ Ângulo sólido (aproximação pela área superficial da esfera $A_s = 4\pi r^2$)

$d\omega$ = uma volta completa.

Emissão:

• Intensidade espectral - $I_{\lambda,e}$: taxa na qual energia radiante é emitida no comprimento de onda λ na direção (θ, ϕ) por unidade de área superficial emissora normal a essa direção, por unidade de ângulo sólido no entorno dessa direção e por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de λ.

$$\boxed{I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{dq}{\underbrace{dA_1 \cos\theta}_{\text{projeção de } dA_1 \text{ na direção da emissão! } (= dA_n)} \, d\omega \, d\lambda}}$$

Podemos definir $dq_\lambda = \frac{dq}{d\lambda}$

taxa na qual radiação de comprimento de onda λ deixa dA_1 e passa através de dA_n.

Podemos escrever: $dq_\lambda = I_{\lambda,e} \cdot dA_1 \cos\theta \, d\omega$.

Logo, $dq''_\lambda = I_{\lambda,e} \cdot \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi$.

Conhecendo $I_{\lambda,e}$, o fluxo térmico associado a qualquer ângulo sólido finito ou ao longo de qualquer intervalo de comprimento de onda finito, através da integração da eq. anterior:

• Poder emissivo espectral ($\frac{W}{m^2 \mu m}$): taxa na qual radiação de comprimento de onda λ é emitida em todas as direções a partir de uma superfície por unidade de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de λ e por unidade de área superficial.

$$\boxed{E_\lambda(\lambda) = q''_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi}$$

↳ fluxo térmico espectral em relação a um hemisfério hipotético acima da sup.

Note que $E_\lambda(\lambda) = q''_\lambda(\lambda)$ está associada a área superficial e não a projeção como na intensidade $I_{\lambda,e}$. W/m^2

• Poder emissivo hemisférico total - E: taxa na qual radiação é emitida por unidade de área em todas as direções e em todos os comprimentos de onda.

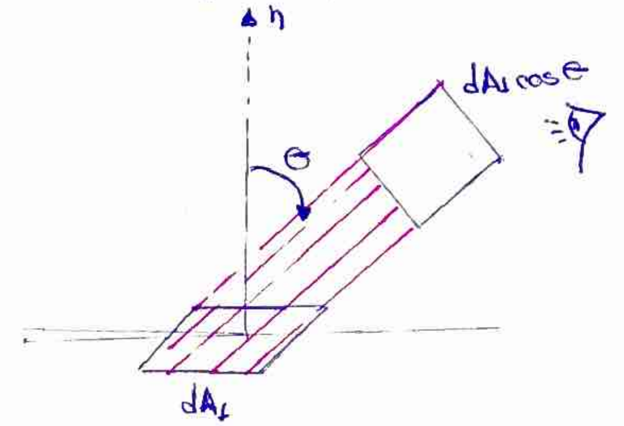
$$\boxed{E = \int_0^{\infty} E_\lambda(\lambda)\, d\lambda = \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi}$$

Emissor difuso: superfície para qual a intensidade da radiação emitida é independente da direção

$\therefore I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi) = I_{\lambda,e}(\lambda) \Rightarrow$

$\Rightarrow E_\lambda(\lambda) = \pi I_{\lambda,e}(\lambda)$ e $E = \pi I_e$

Obs: a projeção de dA_1 é:



Irradiação:

• Intensidade espectral - $I_{\lambda,i}$: taxa na qual energia radiante de comprimento de onda λ incide a partir da direção (θ, ϕ), por unidade de área superficial emissora normal a essa direção, por unidade de área da superfície receptora normal a essa direção, por ângulo sólido no entorno dessa direção e por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de λ. $W/m^2 \mu m$

• Irradiação espectral - G_λ: taxa na qual radiação de comprimento de onda λ incide sobre uma superfície, por unidade de área e por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de λ, na unidade de área incidente.

$$\boxed{G_\lambda = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi}$$

W/m^2

• Irradiação total - G: taxa na qual radiação incide por unidade de área a partir de todas as direções e comprimentos de onda.

$$\boxed{G = \int_0^{\infty} G_\lambda(\lambda)\, d\lambda = \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \, d\lambda}$$

Radiosidade:

↳ quantifica toda a energia radiante que deixa superfície (leva em consideração a parcela refletida).

• Radiosidade espectral - J_λ: taxa na qual radiação de comprimento de onda λ deixa uma área unitária da superfície, por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de λ.

$$\boxed{J_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e+r}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi}$$

$W/m^2 \mu m$

W/m^2

• Radiosidade total - J: taxa na qual radiação deixa área unitária em todas as direções e comprimentos de onda.

$$\boxed{J = \int_0^{\infty} J_\lambda(\lambda)\, d\lambda = \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e+r}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \, d\lambda}$$

Se a superfície for tanto um refletor difuso quanto um emissor difuso:

$$J_\lambda(\lambda) = \pi I_{\lambda,e+r} \quad e \quad J = \pi I_{e+r}$$

→ Radiação no Corpo Negro.

Emissor e absorvedor perfeito!

1. Um corpo negro absorve toda radiação incidente, independente de seu comprimento de onda.

2. Para uma dada temperatura e comprimento de onda, nenhuma superfície pode emitir mais energia do que um corpo negro.

3. Embora a radiação emitida por um corpo negro seja uma função do comprimento de onda e da temperatura, ela é independente da direção. → é um emissor difuso!

Consideraremos a aproximação de que um corpo é um corpo negro, quando este tiver dimensões significativamente maiores que outro corpo em questão.

A intensidade espectral de um corpo negro é dada por:

$$I_{\lambda,cn}(\lambda,T) = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5[\exp(hc_0/\lambda kT)-1]}$$

→ Constante de Boltzman = $1{,}381 \cdot 10^{-23}$ J/K

→ Constante de Plank = $6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js

→ Veloc. da Luz no Vácuo = $2{,}998 \cdot 10^{8}$ m/s

O corpo negro é um emissor difuso, portanto, seu poder emissivo é:

$$E_{\lambda,cn}(\lambda,T) = \pi \cdot I_{\lambda,cn}(\lambda,T) = \frac{C_1}{\lambda^5[\exp(C_2/\lambda T)-1]}$$

} Distribuição de Plank

$$C_1 = 2\pi h c_0^2 = 3{,}742 \cdot 10^8 \ W \, \mu m^4/m^2$$

$$C_2 = hc_0/k = 1{,}439 \cdot 10^4 \ \mu m K$$

Características com origem na distribuição de Plank:

→ Radiação emitida varia continuamente com o comprimento de onda.

→ Para qualquer λ, a magnitude da radiação emitida aumenta com o aumento da temperatura.

→ A região espectral na qual a radiação está concentrada depende da temperatura.

↳ Mais radiação aparecendo com menores comprimentos de onda na medida em que a temperatura aumenta.

Lei de Wien:

$$\boxed{\lambda_{máx} T = C_3} \rightarrow C_3 = 2898 \ \mu m K$$

O poder emissivo espectral máximo é deslocado para comprimentos de onda menores com o aumento da temperatura.

Lei de Stefan-Boltzmann:

A emissão total de um corpo negro é dada por:

$$E_{cn} = \int_0^\infty \frac{C_1}{\lambda^5[\exp(C_2/\lambda T)-1]} d\lambda \Rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{E_{cn} = \sigma T^4}$$

→ $\sigma = 5{,}670 \cdot 10^{-8} \ W/(m^2K^4)$

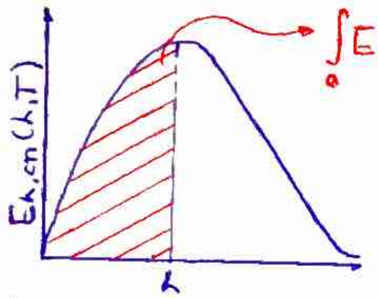
Esta lei permite calcular a quantidade de radiação emitida em todas as direções e ao longo de todos os λ, simplesmente a partir do conhecimento da temperatura do corpo negro.

Como a emissão é difusa: $\boxed{I_{cn} = \frac{E_{cn}}{\pi}}$

Emissão em uma banda:

↳ Queremos saber a fração da emissão

...ral em um certo intervalo de comprimento de onda (ou banda).



$$F_{(0\to\lambda)} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,cn}\, d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,cn}\, d\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,cn}\, d\lambda}{\sigma T^4} =$$

$$= \int_0^{\lambda T} \frac{E_{\lambda,cn}}{\sigma T^5}\, d(\lambda T) = f(\lambda T)$$

é só função de λT

Dessa forma $F_{(0\to\lambda)}$ é função apenas de λT

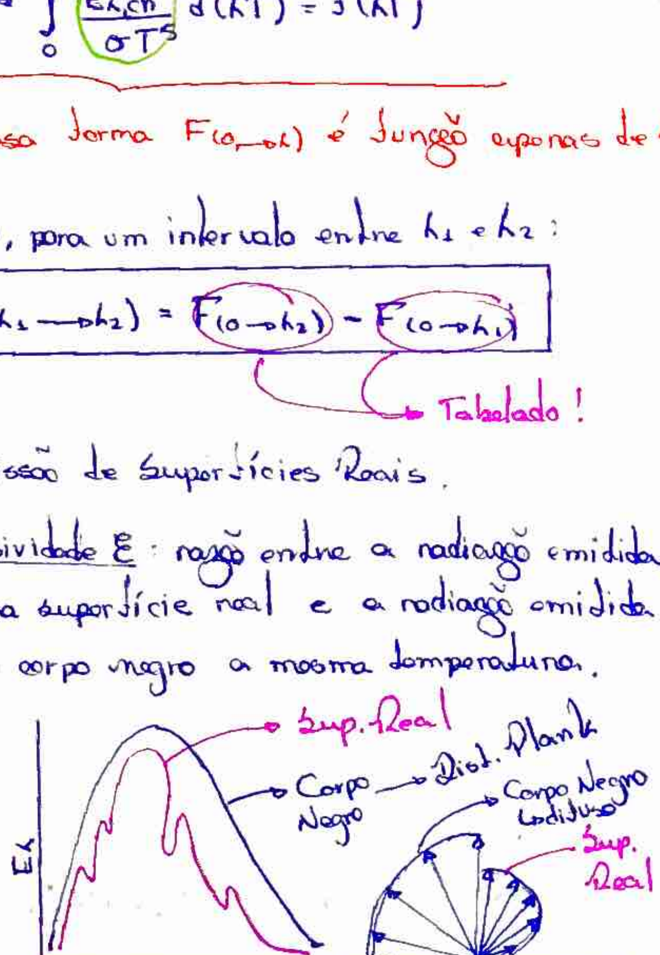
Assim, para um intervalo entre λ_1 e λ_2:

$$\boxed{F_{(\lambda_1\to\lambda_2)} = F_{(0\to\lambda_2)} - F_{(0\to\lambda_1)}}$$

Tabelado!

→ Emissão de Superfícies Reais.

- Emissividade ε: razão entre a radiação emitida por uma superfície real e a radiação emitida por um corpo negro a mesma temperatura.



- Emissividade Total - ε: leva em conta a emissão em todos os comprimentos de onda e em todas as direções.

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_{cn}(T)}$$

Poder emissivo total de uma sup. real

Poder emissivo de um corpo negro.

Conhecido o poder emissivo total do CN (Lei de Stefan-Boltzmann), temos:

$$\boxed{E(T) = \varepsilon(T) E_{cn}(T) = \varepsilon(T) \cdot \sigma T^4}$$

depende das características direcionais e espectrais da superfície.

Obs: a dependência da temperatura surge devido a comparação com o corpo negro.

- Emissividade Direcional Espectral - $\varepsilon_{\lambda,\theta}$: razão entre a intensidade de radiação emitida no comprimento de onda λ, na direção ϕ, na direção θ e na temperatura T, e a intensidade da radiação emitida por um corpo negro nos mesmos valores de T e λ.

$$\boxed{\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi,T) = \frac{I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi,T)}{I_{\lambda,cn}(\lambda,T)}}$$

- Emissividade Direcional Total - ε_θ: é uma média espectral de $\varepsilon_{\lambda,\theta}$.

$$\boxed{\varepsilon_\theta(\theta,\phi,T) = \frac{I_e(\theta,\phi,T)}{I_{cn}(T)}}$$

- Emissividade hemisférica espectral - ε_λ: é uma média direcional de $\varepsilon_{\lambda,\theta}$.

$$\boxed{\varepsilon_\lambda(\lambda,T) = \frac{E_\lambda(\lambda,T)}{E_{\lambda,cn}(\lambda,T)}}$$

A emissividade hemisférica total, pode ser definida como:

$$\boxed{\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_{cn}(T)} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_\lambda(\lambda,T) \cdot E_{\lambda,cn}(\lambda,T)\, d\lambda}{E_{cn}(T)}}$$

A respeito dos materiais que compõe a superfície, podemos fazer as seguintes generalizações:

→ A emissividade de superfícies metálicas é geralmente pequena.

→ A presença de camadas de óxido pode aumentar significativamente a emissividade de superfícies metálicas.

→ A emissividade de materiais não condutores é comparativamente maior

→ A emissividade de condutores aumenta com o aumento da temperatura

→ Absorção em superfícies reais

Absortividade é uma propriedade que determina a fração da irradiação que é absorvida por uma superfície.

• Absortividade espectral - $\alpha_{\lambda,\theta}$: fração da intensidade espectral incidente na direção θ e ϕ que é absorvida pela superfície.

sup. podem exibir uma absorção seletiva em relação de comprimento de onda e direção.

$$\boxed{\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi) = \frac{I_{\lambda,i,abs}(\lambda,\theta,\phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)}}$$

Despreza-se qualquer dependência da absortividade em relação a temperatura superficial por esta ser pequena.

• Absortividade hemisférica espectral - α_λ: representa uma média direcional.

$$\boxed{\alpha_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,abs}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}}$$

• Absortividade hemisférica total - α: média integrada em relação a direção e ao comprimento de onda.

$$\boxed{\alpha = \frac{G_{abs}}{G} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda)\, G_\lambda\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}}$$

→ Reflexão em superfícies reais

• Refletividade direcional espectral - $\rho_{\lambda,\theta}$:

$$\boxed{\rho_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi) = \frac{I_{\lambda,i,ref}(\lambda,\theta,\phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)}}$$

• Refletividade hemisférica espectral - ρ_λ:

$$\boxed{\rho_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,ref}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}}$$

$$\rho_\lambda(\lambda) = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \rho_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi)\, I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi}$$

• Refletividade hemisférica total - ρ:

$$\boxed{\rho = \frac{G_{ref}}{G} = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda(\lambda)\, G(\lambda)\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}}$$

Reflexão Difusa: independentemente da direção da radiação incidente, a intensidade da radiação refletida for independente do ângulo de reflexão.

Reflexão Especular: ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.

→ Transmissão em superfícies reais

• Transmissividade hemisférica espectral - τ_λ:

$$\boxed{\tau_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,tr}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}}$$

• Transmissividade hemisférica total - τ:

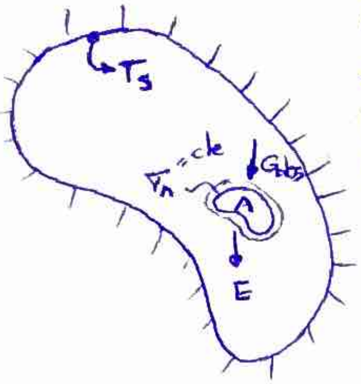
$$\boxed{\tau = \frac{G_{tr}}{G} = \frac{\int_0^\infty G_{\lambda,tr}(\lambda)\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda(\lambda)\, G(\lambda)\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}}$$

→ Relações entre absorvidade, transmissão, reflexão.

Na base espectral: $\underbrace{\boxed{\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1}}_{\text{Para meio semi-transparente.}}$

Para um meio opaco: $\alpha_\lambda + \rho_\lambda = 1$

Lei de Kirchoff: $\to$ Corpo negro e sup. real



A cavidade "S" tem emissão de corpo negro independente do material de "S".

Balanço de energia na superfície A:

$$E = \int_0^{\infty}\int_0^{\pi/2}\int_0^{2\pi} \underbrace{\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, T_A, \theta, \phi) \cdot I_{\lambda,cn}(\lambda, T_A)}_{difuso} \operatorname{sen}\theta \cos\theta \, d\theta \, d\phi \, d\lambda$$

$$G_{abs} = \int_0^{\infty}\int_0^{\pi/2}\int_0^{2\pi} \underbrace{\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, T_A, \theta, \phi) \, I_{\lambda,cn}(\lambda, T_S)}_{difuso} \operatorname{sen}\theta \cos\theta \, d\theta \, d\phi \, d\lambda$$

No equilíbrio: $T_A = T_S$

$E = G_{abs} \to$ Não pode haver transferência de calor líquida nas sups.!

$$\to \boxed{\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, T_A, \theta, \phi) = \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, T_A, \theta, \phi)}$$

Deve ser obedecida para que a 2ª Lei seja satisfeita!

Na base espectral: $\boxed{\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda}$

Equilíbrio "total": $\boxed{\varepsilon = \alpha}$

$\to$ Superfície Cinza.

Superfície Cinza: superfície para a qual α_λ e ε_λ são independentes de λ nas regiões espectrais da irradiação e da emissão superficial.

$\Downarrow$

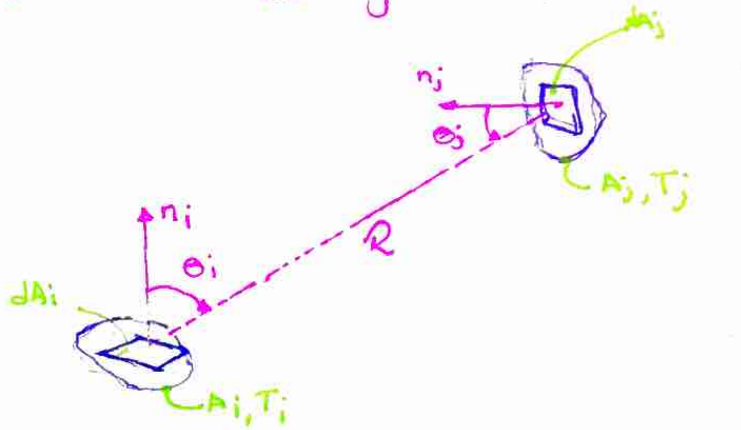
Superfície Cinza Difusa: superfície para a qual $\alpha_{\lambda,\theta}$ e $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ são independentes de λ, e θ nas regiões espectrais da irradiação e da emissão superficial.

XIII) Trans. Radiativa entre Superfícies

$\to$ Fator de forma: $\to F_{ij}$

Fator de forma: fração da radiação que deixa a superfície i e é interceptada pela superfície j

está relacionada com a geometria do problema. Transferência entre duas ou mais superfícies depende fortemente da geometria.



Da definição de intensidade de radiação e ângulo sólido, a taxa de radiação que dA_i e é interceptada por dA_j é:

$$dq_{i\to j} = I_i \cdot \underbrace{\cos\theta_i dA_i}_{projeção!} \cdot d\omega_{j\to i},$$

onde $d\omega_{j\to i} = \dfrac{\cos\theta_j A_j}{R^2}$. Logo,

$$dq_{i\to j} = I_i \cdot \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{R^2} dA_i dA_j$$

Seja i um emissor e refletor difuso. Então; da radiosidade ($J = \pi I_{e+r}$):

$$dq_{i\to j} = J_i \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j.$$

A taxa total na qual a radiação deixa i e é interceptada por j é:

$$q_{i\to j} = J_i \int_{A_i}\int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j.$$

Da definição de $F_{ij} = \dfrac{q_{i\to j}}{A_i J_i}$

$$\boxed{F_{ij} = \frac{1}{A_i}\int_{A_i}\int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j}$$

Analogamente, F_{ji} é ... da superfície

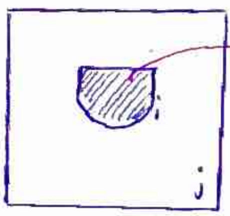
$$\boxed{F_{ji} = \frac{1}{A_j}\iint_{A_i A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2}\, dA_i\, dA_j}$$

Igualando-se as integrais das duas últimas equações:

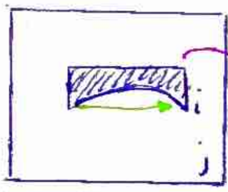
$$\underbrace{\boxed{A_i F_{ij} = A_j F_{ji}}}$$

Relação de reciprocidade!

Obs:



$\rightarrow F_{ij} = 1$ (tudo que sai de i entra em j)



$\rightarrow F_{ij} \neq 1$ (pode haver radiação no próprio i).

Para superfícies fechadas temos a Regra do Somatório:

$$\underbrace{\boxed{\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1}} \quad \begin{cases} F_{ii} = 0, \text{ sup. i convexa} \\ F_{ii} \neq 0, \text{ sup. i côncava} \end{cases}$$

toda energia que deixa i é interceptada pelas superfícies da cavidade fechada. Esta expressão aplicada N vezes, ou seja, para cada superfície da cavidade.

Para calcular a troca de radiação em uma cavidade fechada é necessário um total de N^2 fatores de forma:

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \cdots & F_{1N} \\ F_{21} & F_{22} & \cdots & F_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{N1} & F_{N2} & \cdots & F_{NN} \end{bmatrix}$$

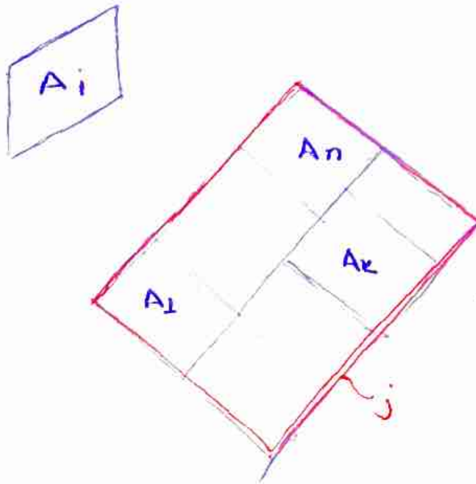
$\rightarrow$ Regra do Somatório

$\rightarrow$ Relação de Reciprocidade.

$\rightarrow$ Existem alguns fatores de forma tabelados.

Considerando a radiação da superfície i para a superfície j, que pode ser dividida em n componentes, fica evidente que:

$$F_{i(j)} = \sum_{k=1}^{n} F_{ik}$$



$$A_j = \sum_{k=1}^{n} A_k$$

Da relação de reciprocidade:

$$A_j F_{(j)i} = \sum_{k=1}^{n} A_k F_{ki} \rightarrow F_{(j)i} = \frac{\sum_{k=1}^{n} A_k F_{ki}}{\sum_{k=1}^{n} A_k}$$

$\rightarrow$ Troca de Radiação entre Corpos Negros.

Para superfícies negras não há reflexão!

A energia que deixa a superfície é somente por emissão.

A taxa na qual radiação deixa i e é interceptada por j é:

$$\boxed{q_{i\rightarrow j} = (A_i J_i) F_{ij}}$$

No corpo negro, como a radiosidade é igual a emissão:

$$\underbrace{q_{i\rightarrow j} = A_i F_{ij} E_{cn,i}}$$

$\varepsilon = 1$ (cn) $\rightarrow \varepsilon = \alpha$ (Kirchhoff)

$\therefore \cancel{\alpha} + \rho + \cancel{\tau} = 1 \rightarrow \rho = 0$

$J_i = E_i + \rho G_i \rightarrow J_i = E_i$

Analogamente, para a superfície j:

$$q_{j\rightarrow i} = A_j F_{ji} E_{cn,j}$$

O saldo líquido entre as duas superfícies é:

$$q_{ij} = q_{i\to j} - q_{j\to i}$$ ⊕ sai mais rad. de i do que entra.

$$\therefore q_{ij} = A_i F_{ij} E_{cn,i} - A_j F_{ji} E_{cn,j}$$

Da Lei de Stefan-Boltzmann e da relação de reciprocidade:

$$\boxed{q_{ij} = A_i F_{ij}\sigma (T_i^4 - T_j^4)}$$

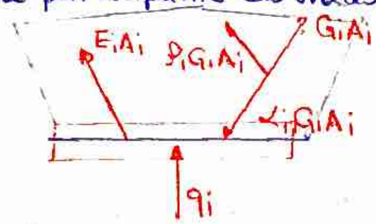
Com N superfícies mantidas a diferentes temperaturas, a transferência líquida de radiação da superfície i é devido à troca com as superfícies restantes e pode ser escrita como:

$$\boxed{q_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij}\sigma (T_i^4 - T_j^4)}$$

→ Troca Radiante entre Superfícies Cinzas e Difusas numa Cavidade

Considerando uma cavidade (ou invólucro) com as seguintes características: todas as superfícies que trocam calor com determinada superfície por radiação.

- Superfícies isotérmicas
- Radiosidades e Irradiação difusa
- Superfícies opacas ($\tau = 0$)
- Meio não participante das trocas radiativas.



A taxa radiante líquida q_i que deixa/chega à superfície i é avalida pelo balanço de energia radiante:

$$q_i = A_i(J_i - G_i) \to$$

$$J_i = E_i + \rho_i G_i$$

$$\to q_i = A_i(E_i + \rho_i G_i - G_i) = A_i(E_i + G_i(\rho_i - 1)) \to$$

$$\rho_i + \alpha_i = 1 \to$$
$$\to -\alpha_i = \rho_i - 1$$

$$\to q_i = A_i(\underbrace{E_i}_{\text{Poder Emissivo}} - \alpha_i \underbrace{G_i}_{\text{Irradiação}})$$

Usando a Lei de Kirchhoff ($\alpha_i = \varepsilon_i$) e a emissão de corpo cinza ($E_i = \varepsilon_i E_{cn,i}$):
não depende de λ (saída integral.)

$$J_i = \varepsilon_i E_{cn,i} + (1 - \varepsilon_i) G_i \to$$

→ Se não fosse corpo cinza deveríamos trabalhar com dois $\varepsilon_i \neq$s, pois ε_i não seria independente de λ.

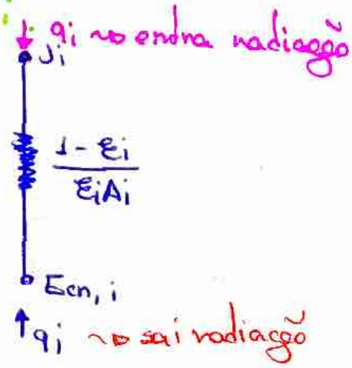
$$\rho_i = 1 - \alpha_i = 1 - \varepsilon_i$$

$$\to G_i = \frac{J_i - \varepsilon_i E_{cn,i}}{1 - \varepsilon_i}$$

Logo, $$q_i = A_i\left(J_i - \left(\frac{J_i - \varepsilon_i E_{cn,i}}{1 - \varepsilon_i}\right)\right)$$

$$\to \boxed{q_i = \frac{E_{cn,i} - J_i}{(1 - \varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i}}$$ ⊕ sai rad. ⊖ entra rad.

$q_i \equiv$ taxa líquida de energia radiante transferida para a superfície i. Pode-se também interpretar q_i como fluxo de calor que deve ser fornecido por outros mecanismos que não radiação à superfície para que ela se mantenha em T_i



→ Troca Radiante entre Superfícies:

Para se utilizar a eq. anterior, necessita-se saber a radiosidade J_i da superfície.

A taxa total de irradiação incidente sobre a superfície i, oriunda de todas as outras superfícies j que compõe a cavidade de radiação, inclusive

$$A_i G_i = \sum_{j=1}^{N} F_{ji} A_j J_j$$ radiantes que compõe a cavidade

Pela relação de reciprocidade do fator de forma:

$$A_i G_i = \sum_{j=1}^{N} F_{ij} A_i J_i$$

$$\therefore q_i = A_i (J_i - G_i) = A_i \left(J_i - \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j \right).$$

Da Regra do Somatório $\left(\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1 \right)$:

$$q_i = A_i \left(\sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_i - \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{q_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} (J_i - J_j)}$$

A taxa líquida radiante q_i da sup. i é função de todas as radiosidades das superfícies que compõe a cavidade.

vem do fato de ser corpo cinza

$$\frac{E_{cn}(T_i) - J_i}{(1-\varepsilon_i)/(\varepsilon_i A_i)} = \sum_{j=1}^{N} \frac{(J_i - J_j)}{(A_i F_{ij})^{-1}}$$

Para cada superfície radiante i:

$$\frac{E_{cn}(T_i)}{(1-\varepsilon_i)/(\varepsilon_i A_i)} = \frac{J_i}{(1-\varepsilon_i)/(\varepsilon_i A_i)} + \sum_{j=1}^{N} \frac{(J_i - J_j)}{(A_i F_{ij})^{-1}}$$

Na forma matricial:

$$\boxed{[C] = [B][J]}$$

Vetor de radiosidades das N superfícies radiantes

Vetor de poder emissivo das superfícies

Matriz associada aos fatores de forma F_{ij} e áreas A_i.

- Os elementos do vetor $[C] = \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_i \\ \vdots \\ C_N \end{bmatrix}$:

$$\boxed{C_i = \frac{E_{cn}(T_i)}{(1-\varepsilon_i)/(\varepsilon_i A_i)}}, \quad E_{cn} = \sigma T_i^4$$

- Matriz de Resistências $\mathcal{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & \cdots & B_{1i} & \cdots & B_{1N} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ B_{i1} & \cdots & B_{ii} & \cdots & B_{iN} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ B_{N1} & \cdots & B_{Ni} & \cdots & B_{NN} \end{bmatrix}$

se $i \neq j$: $B_{ij} = -\dfrac{1}{(A_i F_{ij})^{-1}}$

se $i = j$: $B_{ii} = \dfrac{1}{(1-\varepsilon_i)/(\varepsilon_i A_i)} + \sum_{j=1, i\neq j}^{N} \dfrac{1}{(A_i F_{ij})^{-1}}$

Para que o regime permanente seja atingido devemos ter:

$$q_{i,Rad} = q_{i,cond} + q_{i,conv.} + q_{i,fonte/sum} + q_{i,rad-outra-banda}$$

Radiação em espectros ≠s. (e.g. banda solar).

$$q_{i,Rad} = -\frac{kA(T_i - T_L)}{L} + hA(T_\infty - T_i) +$$

$$+ q_{i,fonte/sumidouro} +$$

$$+ \varepsilon_{outra-banda} A \sigma (T_{viz}^4 - T_i^4).$$

Como determinar superfícies de radiação?

→ Se o corpo tiver duas emissividades ≠s então devemos considerar duas superfícies distintas

→ O mesmo ocorre caso tenhamos duas normais distintas no fator de vista

→ O mesmo ocorre caso as superfícies tenham temperaturas diferentes.

"Superfícies de radiação são linhas do meu sistema de equações".