**PME-3360 # TRANSFERÊNCIA DE CALOR** **PROVA P1** 5,0 **12/SET/18**

**NOME:** Samuel Soares de Santana **Nº USP:** 10680822

**1ª Questão (Valor: 5,0 pontos):**

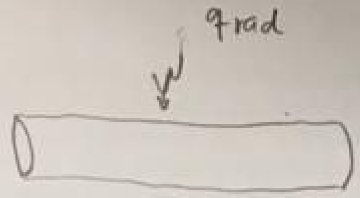
O meteorito do Bendegó foi encontrado em 1784 pelo menino Domingos da Motta Botelho em uma fazenda no sertão da Bahia. É o maior meteorito já encontrado em solo brasileiro. A julgar pela camada de 435 centímetros de oxidação sobre a qual ele repousava, e a parte perdida de sua porção inferior, calcula-se que estava no local há milhares de anos. A notícia do achado correu o mundo, chegando aos ouvidos do governador D. Rodrigues Menezes, que em 1785 ordenou o seu transporte até Salvador. Devido ao peso de mais de cinco toneladas, mesmo com doze juntas de bois não foi possível transportá-lo, e a pedra acabou despencando ladeira abaixo e caindo no leito seco do riacho Bendegó. Ali ficou por mais de 100 anos. Em 1886 o imperador Pedro II tomou conhecimento da existência do meteorito ao visitar a Academia de Ciências de Paris, e decidiu providenciar sua remoção. Criou-se uma comissão de engenheiros sob liderança do oficial aposentado José Carlos de Carvalho. Em 1888, por ocasião do prolongamento da Estrada de Ferro de São Francisco, que passava a 108 quilômetros de onde estava o meteorito, esta comissão iniciou a segunda tentativa. O transporte da pedra da caatinga para a capital acabou se tornando uma das mais complexas empreitadas da história do transporte durante o Império. Por iniciativa do Visconde de Paranaguá, se providenciou o seu traslado num carretão puxado por juntas de bois, deslizando sobre trilhos. Chegou à estação ferroviária do Jacurici, município de Itiúba, depois de uma marcha de 126 dias pela caatinga. Ali foi embarcada para Salvador, chegando em 22 de maio de 1888. De Salvador seguiu num navio a vapor para Recife, de onde foi enviado para o Rio de Janeiro, sendo recebido no dia 15 de junho de 1888 pela princesa Isabel, e entregue ao Arsenal de Marinha da Corte. Encontra-se no Museu Nacional na Quinta da Boa Vista, tendo resistido ao incêndio ocorrido no museu em 2 de setembro de 2018. (texto adaptado de Wikipedia, acesso em 7 de setembro de 2018).

Fonte: Wikipedia


Fonte: https://noticias.uol.com.br/ciencia/ultimas-noticias/redacao/2018/09/04/meteorito-sobrevivente-e-o-maior-do-pais-e-causa-de-supersticao-no-sertao.htm

Mais uma vez é necessária uma comissão de engenharia par estudar o meteorito e você é convidado a participar das discussões. Pretende-se avaliar se o incêndio alterou as características originais do meteorito. Como engenheiro da comissão, modele o meteorito como um cilindro maciço de ferro de 2,0 m de comprimento e 0,7m de diâmetro. Considere a radiação térmica das chamas para o meteorito como mais significativa que a convecção em torno dele. A temperatura das chamas, para os cálculos da transferência de calor por radiação, pode ser estimada em 800°C e a emissividade da superfície do meteorito é 0,9. Considere a linearização do processo de transferência de calor por radiação em função das temperaturas iniciais do meteorito, 25°C, e das chamas 800°C. Pede-se a temperatura na profundidade de 0,2 m da superfície do meteorito após 7 horas, que foi o tempo relatado pelos bombeiros do Rio de Janeiro.
Dados do ferro: massa específica: 7870 kg/m$^3$; calor específico a pressão constante: 574 J/kg.K; condutividade térmica: 55 W/m.K

Modelando o meteorito como cilindro, temos:




Sabendo que, linearizado, podemos modelar a radiação como convecção, temos

$q_{rad} = h_{rad} A_S (T_s - T_\infty)$

Verificando se pode usar capacitância

$Bio < 0,1 \therefore \quad \dfrac{h_{rad} \cdot (0,7/4)}{k} < 0,1$

$h_{rad} = 0,9 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot ([25+273] + [800+273]) \cdot [(25+273)^2 + (800+273)^2] = 86,76 \, W/m^2K$

$Bio = \dfrac{86,76 \cdot 0,175}{55} = 0,27$. logo Não posso usar

Usando a solução aproximada, temos que, para calcular a temperatura a 0,2 m de profundidade, temos que calcular pela solução aproximada

Usando o método aproximado, temos

$\theta^* = C_1 e^{-\zeta^2 F_0} J_0 (\zeta_1 r^*)$

$Bio = \dfrac{86,76 \cdot 0,35}{55} = 0,55$

$r^* = \dfrac{0,15}{0,35} = 0,42$

$F_0 = \dfrac{k}{\rho c} \cdot \dfrac{t}{L_c^2} = \dfrac{55 \cdot 3600 \cdot 7}{\cancel{7870}\, 7870 \cdot 574 \cdot (0,35)^2} = 2,5$

Pelas tabelas (interpolada)

$\zeta = 0,97 \quad C_1 = 1,12 \quad J_0 = 0,958$

$\theta^* = 1,12 \, e^{-0,97^2 \cdot 2,5} \cdot 0,95 \quad \theta^* = 0,101$

$\dfrac{T - (800+273)}{(25+273) - (800+273)} = 0,101 \therefore \quad T = -78,275 + 1073 \therefore T = 994,7 \, K$

$T = 721,73 °C$. ✓

**PME-3360 # TRANSFERÊNCIA DE CALOR** **PROVA P1** 4,5 **12/SET/18**

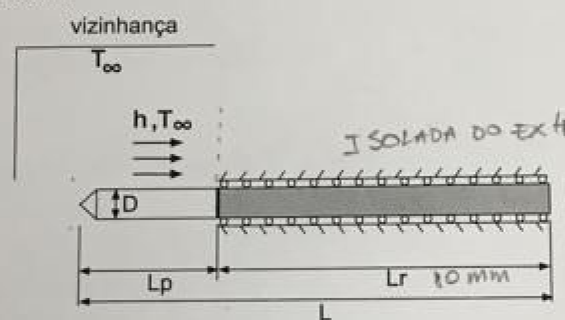
**NOME:** Samuel Soares de Santana **Nº USP:** 10680822

**2ª Questão (Valor: 5,0 pontos):**

Um ferro de solda para estanho é composto de uma barra cilíndrica maciça de aço AISI 316, condutividade térmica k = 18 W/(m².K), de diâmetro d = 6 mm e comprimento total L = 120 mm, circundada no comprimento Lr = 80 mm por uma resistência elétrica fina, isolada do exterior. A potência da resistência é igualmente distribuída no comprimento Lr. A radiação na parte da barra exposta ao ambiente não pode ser desprezada e a convecção natural proporciona um coeficiente de convecção h = 10 W/(m².K). Considere a temperatura do ar e da vizinhança iguais a $T_\infty$ = 300 K e a emissividade da superfície da barra igual a 0,3. Considere a linearização do processo de transferência de calor por radiação em função das temperaturas média da barra na parte exposta, Lp = 40 mm, estimada em 700 K, e da vizinhança.

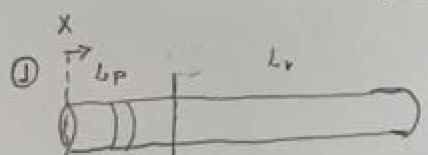
Pede-se:

1) a potência necessária na resistência elétrica para soldar estanho que se funde a 600 K;
2) a fração da potência elétrica que é perdida para o ar e vizinhança na extremidade do comprimento revestido com a resistência.

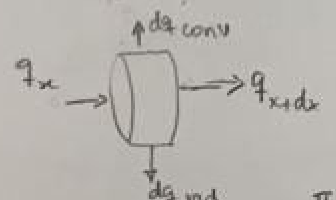



$h_{rad} = \varepsilon_0 \sigma A_s (T_s + T_v)(T_s^2 + T_{viz}^2)$

$h_{rad} = 18,13$




modelando para o problema $x < 0$.




$E_{ent} = E_s \therefore \quad q_x = q_{x+dx} + dq_{conv} + dq_{rad}$ (I)

$q_{x+dx} = q_x + \frac{dq}{dx} . dx$ (II) Pela lei de Fourier: $q_x = -k A_T \frac{dT}{dx}$

II em I, temos: $q_x' = q_x + \frac{dq}{dx} . dx + h_{conv} . dA_s . (T - T_s) + dq_{rad}$

$$0 = \frac{d}{dx}\left(-kA_T \frac{dT}{dx}\right) dx + h_{conv} . P . dx . (T - T_s) + \underbrace{h_{rad} . dA_s . (T - T_\infty)}_{\text{radiação linearizado}}$$

$$0 = \frac{d}{dx}\left(-kA_T \frac{dT}{dx}\right) dx + h_{conv} P . dx (T - T_s) + h_{rad} . P . dx (T - T_\infty).$$

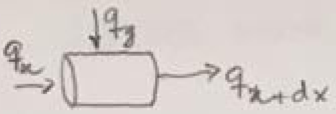
adotando $\theta = T - T_\infty$

$\frac{d\theta}{dx} = \frac{dT}{dx}$

$0 = -kA_T \ddot{\theta} + h_{conv} P \theta + h_{rad} . P \theta$

logo: $\ddot{\theta} - \frac{P}{kA_t} . h_{eq} \theta = 0$ sendo $h_{eq} = h_{rad} + h_{conv}$. $\theta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$

② Eq. diferencial na parte com resistência:




(I) $\underbrace{q_x + q_g = q_{x+dx}}_{\text{Balanço de energia}}$  $\underbrace{q_{x+dx} = q_x + \frac{dq}{dx}.dx.}_{\text{Expansão em taylor}}$ (II)

$q_x = -kA\frac{dT}{dx}$ ∴ $q_{x+dx} = q_x + \frac{d}{dx}\left(-kA\frac{dT}{dx}\right)dx$. (III)

Substituindo I, II e III, temos.

$$q_x + q_g = q_x + \frac{dq}{dx}.dx \Rightarrow -\frac{dq}{dx}.dx + q_g = 0 \Rightarrow -\frac{d}{dx}\left(-kA_t\frac{dT}{dx}\right)dx + \dot{q}.P dx = 0$$

$$kA_t\frac{d^2T}{dx^2} + P.\dot{q} = 0 \qquad \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{P\dot{q}}{kA_t} = 0 \qquad Sol = Sh + Sp$$

$T_h = C_1x + C_2$  $T_p = \frac{P\dot{q}}{kA_t}x^2$.  Logo, a distribuição de temperatura será:

$$T(x) = C_3x + C_4 - \frac{P\dot{q}}{kA_t}x^2$$

Condições de contorno:

1ª Parte

$\theta_b(x=0) = (600-300) = 300K$

Fluxos para $x = L_p$ são iguais logo:

$-kA_t\dot{\theta} = -kA_t\dot{T} = \dot{\theta} = \dot{T}$

2ª Parte

Como é adiabático, o fluxo de calor que entra, para $x = L_p$ mais o que entra pela resistência elétrica é igual ao que sai por radiação e convecção. Logo:

$$\dot{q}.A_s + \left(-kA_t\, d\dot{\theta}\right)_{x=L_p} \overset{①}{=} -kA_t.\dot{T}\Big|_{x=L} \overset{②}{=} h_{conv}A_t.(T(L)-T_\infty) + h_{rad}A_t(T(L)-T_\infty)$$

Art.

NUSP. 10680822 Samuel Santana

Continuação: considerando a temperatura da junção conhecida $T_j$

$m^2 = \frac{h_{rad} + h_{conv}}{k A_t} \cdot P$ $m = \frac{10 + 18,8}{18 \cdot \pi (3\cdot 10^{-3})^2} \cdot 2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-3}$

$\theta_{(x)} = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$

$m = 32,6$

$\theta(0) = 300 \therefore C_1 + C_2 = 300$

$\theta(L_p) = (T_j - T_\infty)$ $T_j - 600 = C_1 e^{32,6 \cdot 0,04} + C_2 e^{-32,6 \cdot 0,04}$

$T_j - 600 = 3,7 C_1 + 0,27 C_2$.

Resolvendo o sistema, encontra-se $C_1$ e $C_2$ em função de $T_j$ $(x = 0,04 m)$.

Após encontrar $\theta(L)$ em função de $T_j$ $(x = 0,04)$

Para a eq. de distribuição de temperatura da parte (2) temos

$\dot{\theta} = \dot{T} \Big|_{x = L_p}$ $\dot{\theta}(x = 0,04) = 32,6 \cdot C_1 \cdot 3,7 - 32,6 \cdot C_1 \cdot 0,27 = 120,6 C_1 - 8,80 C_2$

$\dot{q} = (120,6 C_1 - 8,8 C_2) \cdot k \cdot A_t - k A_t \cdot \left[ C_3 + \frac{2 P \dot{q}}{k A_t} \cdot 1,2 \right]$

como há 2 incognitas ($T_j$, $C_3$) e 2 equações, o sistema é ~~possível~~ e determinado.

Após resolver o sistema;

5) O fluxo perdido por convecção e radiação na ponta $(x = 1,2)$, é o fluxo desperdiçado da resistência.

$q_p = -k A_t \cdot \dot{T} = A_t \cdot (h_{rad} + h_{conv}) \cdot [T(L) - T_\infty]$