

DINÂMICA DO PONTO MATERIAL

Quantidade de movimento

$$\vec{Q} \triangleq m\vec{v}$$

Lei fundamental da dinâmica

$$\dot{\vec{Q}} = m\vec{a} = \vec{R}$$

Teorema da variação da quantidade de movimento

$$\vec{Q}(t) - \vec{Q}(t_0) = \int_{t_0}^t \vec{R}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t) dt$$

Impulso da resultante

$$\vec{I} \triangleq \int_{t_0}^t \vec{R}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t) dt$$

Trabalho da resultante

$$G_{(t_0, t_1)}^{\vec{R}} = \frac{1}{2} m \|\vec{v}_1\|^2 - \frac{1}{2} m \|\vec{v}_0\|^2$$

Teorema da Energia Cinética (TEC)

$$G_{(t_0, t_1)}^{\vec{R}} = T(t_1) - T(t_0) \quad T \triangleq \text{energia cinética}$$

Potência Instantânea

$$W(t) \triangleq \vec{R} \cdot \vec{v}$$

Teorema da quantidade de movimento angular (TQMA) ou Teorema do momento angular (TMA)

$$\dot{\vec{H}}_O = m \vec{v}_P \wedge \vec{v}_O = \vec{M}_O$$

Quantidade de movimento angular

$$\vec{H}_O \triangleq (P-O) \wedge m \vec{v}_P$$

Integral da energia

$$T(t_0) + U(t_0) = T(t_1) + U(t_1) \triangleq E \quad U \triangleq \text{energia potencial}$$

Trabalho das forças: Exemplos clássicos

Peso \rightsquigarrow $\vec{O}^P(t_0, t_1) = mg(z_0 - z_1)$

Força elástica \rightsquigarrow $\vec{O}_{(r_0, r_1)}^{FP} = \frac{k}{2}(r_0 - r^*)^2 - \frac{k}{2}(r_1 - r^*)^2$

DINÂMICA DO CORPO RÍGIDO

Teorema da Resultante

$$\vec{R}^{ext} = m \vec{a}_G \quad a_G \triangleq \text{aceleração da baricentro}$$

Momento Polar de Inércia

$$I_O \triangleq \sum_{i=1}^n m_i \|r_i\|^2$$

plum CR contínuo \rightsquigarrow $I_O \triangleq \int_{\text{volume}} \|r\|^2 dm$

Momento de inércia em relação a um eixo

$$I_U \triangleq \sum_{i=1}^n m_i \|d_i\|^2$$

$$I_x + I_y + I_z = 2I_O$$

$$d_i = \|(P_i - O) \wedge \vec{v}\|$$

Produtos de inércia

$$I_{xy} = I_{yx} \triangleq \sum_{i=1}^n m_i x_i y_i$$

$$I_{yz} = I_{zy} \triangleq \sum_{i=1}^n m_i y_i z_i$$

$$I_{xz} = I_{zx} \triangleq \sum_{i=1}^n m_i x_i z_i$$

matriz de inércia

$$I_0 = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}$$

$$I_U = [U]^t [I_0] [U]$$

Translação de eixos

$$I_x = I_{xG} + m d_{xx}^2$$

$$I_y = I_{yG} + m d_{yy}^2$$

$$I_z = I_{zG} + m d_{zz}^2$$

$$I_{xy} = I_{xyG} + m ab$$

$$I_{xz} = I_{xzG} + m ac$$

$$I_{yz} = I_{yzG} + m bc$$

Quantidade de movimento angular

$$\vec{H}_0 \triangleq \sum_{i=1}^n (\vec{r}_i - \vec{O}) \wedge m_i \vec{v}_i$$

$$\vec{H}_0 = m (\vec{G} - \vec{O}) \wedge \vec{v}_0 + I_0 \vec{\omega}$$

$$I_0(\vec{\omega}) = [\hat{i} \hat{j} \hat{k}] [I_0] \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

Teorema da quant. de mov. angular

$$\vec{M}_O^E = m (\vec{G} - \vec{O}) \wedge \vec{a}_0 + \frac{d}{dt} (I \vec{\omega})$$

Equações de Euler

$$\hat{i}: I_x \dot{\omega}_x - (I_y - I_z) \omega_y \omega_z = M_{Ox}^E = \dot{H}_{Ox}$$

$$\hat{j}: I_y \dot{\omega}_y - (I_x - I_z) \omega_x \omega_z = M_{Oy}^E = \dot{H}_{Oy}$$

$$\hat{k}: I_z \dot{\omega}_z - (I_x - I_y) \omega_x \omega_y = M_{Oz}^E = \dot{H}_{Oz}$$

Energia Cinética

$$T = \frac{1}{2} m \|\vec{v}\|^2 + m\vec{v} \cdot [\vec{\omega} \wedge (G-O)] + \frac{1}{2} [\omega]^t [I_0] [\omega]$$

Teorema da Energia Cinética

$$\dot{T} = W^E + W^I$$

$$T(t_1) - T(t_0) = \mathcal{W}_{(t_0, t_1)}^E + \mathcal{W}_{(t_0, t_1)}^I$$

Trabalho de um binário

$$T(t_1) - T(t_0) = \frac{1}{2} \omega_x [I_0] \omega_x = M \Delta \theta$$