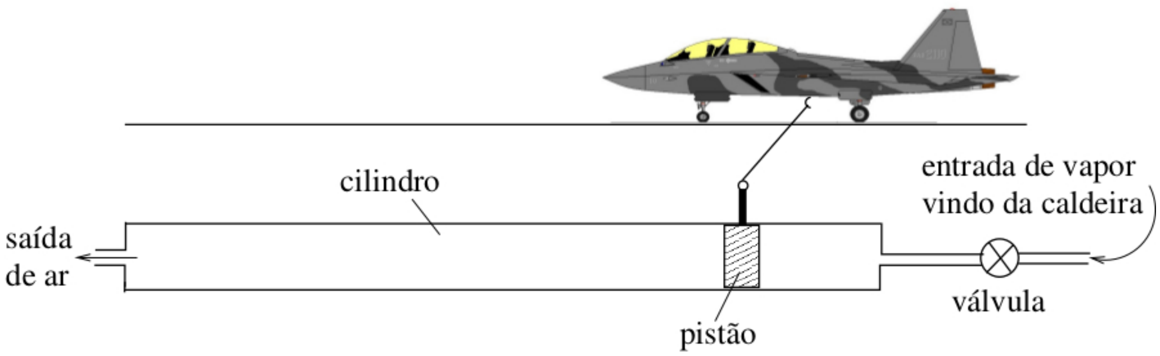
PME3398 – Fundamentos de Termodinâmica e Transferência de Calor
1º semestre / 2017 – Profs. Bruno Souza Carmo e Antonio Luiz Pacífico

Gabarito da Prova 1

Questão 1: Uma catapulta a vapor é muito utilizada para auxiliar a aceleração de caças militares sobre porta-aviões. Nesta situação os caças devem ser acelerados desde o repouso até à mínima velocidade que permitirá sustentação do caça quando deixar o piso do porta-aviões. Esta catapulta consiste num sistema pistão-cilindro isolado, onde vapor d'água é admitido à montante do pistão fazendo com que este se desloque contra o ar à sua jusante que ainda ocupa o restante do cilindro, conforme ilustra a figura. A força produzia é, então, transmitida ao caça por meio de um específico dispositivo de engate.



Considere um sistema pistão-cilindro desses com diâmetro de 0,5 m e curso total do pistão de 30 m. Dispõe-se de uma caldeira capaz de fornecer vapor à 25 bar e 450 °C. Vapor d'água é admitido da caldeira para o cilindro através de uma válvula. Durante os primeiros 60% do curso do pistão a pressão do vapor d'água à montante do pistão é mantida constante a 20 bar. Uma vez atingido os 60% do curso do pistão, a válvula de entrada de vapor no cilindro é fechada e a pressão do vapor à montante do pistão passa a cair linearmente até atingir 5 bar exatamente no ponto final do seu curso. Devido à aceleração do pistão a pressão do ar à jusante do pistão aumenta durante seu percurso. Pode-se assumir que a pressão do ar na câmara à jusante do pistão varie linearmente de 1 bar (pressão atmosférica local) até 8 bar no ponto final do curso do pistão. Todas as forças resistivas durante a corrida de decolagem do caça podem ser desprezadas. Finalmente, o volume e massa do vapor no espaço inicial à montante do pistão podem ser desprezados.

(a) Qual é a massa de vapor d'água que entra à montante do pistão durante uma corrida de decolagem dessas? Considere que no ponto final do curso do pistão o vapor à montante do pistão encontra-se saturado. Despreze as variações de energias cinética e potencial para o vapor d'água **(2,0 pontos)**;

(b) Calcule o módulo do trabalho transferido ao caça durante todo o percurso do pistão **(1,5 ponto)**;

(c) Se a massa do caça for de 5000 kg, determine a velocidade do caça no instante final do percurso do pistão, em km/h, considerando que durante a corrida de decolagem as turbinas do caça também operam produzindo juntas uma força de empuxo de 60 kN **(1,5 ponto)**.

Solução: Esta questão trata de 1^a Lei da Termodinâmica tanto para Sistemas como para

Volumes de Controle em Regime Uniforme com Escoamento Uniforme.

(a) A Figura 1 apresenta o diagrama indicado do processo de acordo com a descrição do enunciado.

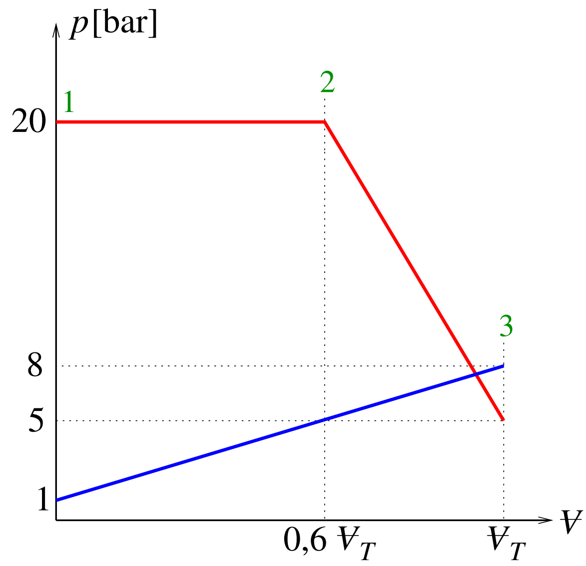


FIGURA 1 – Diagrama indicado para o processo.

Nesta Figura, em vermelho tem-se variação da pressão com o volume para o vapor à montante do pistão e, em azul, a variação da pressão para o ar a jusante do pistão. Em verde, os pontos de referência 1, 2 e 3, sendo 1 para a situação inicial do pistão (sem massa de vapor à montante e com ar a 1 bar à jusante); 2 quando cessa o fornecimento de vapor, exatamente a 60% do percurso percorrido pelo pistão; e 3 para a situação final (pistão atinge o final do percurso).

Da situação 1 para a 2 o vapor entra no espaço à montante do pistão, caracterizando assim um volume de controle em regime uniforme com escoamento uniforme. Recordando que a massa inicial é nula e não há transferência de calor (cilindro isolado), as equações de conservação serão:

$$\text{Massa: } m_2 = m_e \text{ (I)}$$

$$\text{Energia: } 0 = m_2.u_2 - m_e.h_e + ({}_1W_2)_{vapor} \text{ (II)}$$

Da situação 2 à 3 a massa de vapor, além de permanecer constante no cilindro, é a mesma massa da sitação 2, caracterizando assim um sistema, para qual a Primeira Lei da Termodinâmica estabelece, nas condições deste problema, que:

$$m_2.(u_3 - u_2) = -({}_2W_3)_{vapor} \text{ (III)}$$

Agora, isola-se o produto $m_2.u_2$ da Eq. (III), substitui-se o resultado na Eq. (II) e utiliza-se igualdade da Eq. (I).

$$m_2.u_2 = m_2.u_3 + ({}_2W_3)_{vapor}$$

$$0 = m_2.u_3 + ({}_2W_3)_{vapor} - m_e.h_e + ({}_1W_2)_{vapor}$$

$$0 = m_e.u_3 - m_e.h_e + ({}_1W_3)_{vapor}$$

$$m_e = \frac{-({}_1W_3)_{vapor}}{u_3 - h_e} \text{ (IV)}$$

Onde, $u_3 = u_{v\text{ @ }p_{3,vapor}} = u_{v\text{ @ 500 kPa}} = 2561{,}23\,\text{kJ/kg}$; e $h_e = h_{2500\text{ kPa, }450\,°\text{C}} = 3350{,}77\,\text{kJ/kg}$. Quanto ao trabalho, para a expansão do vapor nas duas etapas ($1 \to 2$ e $2 \to 3$) tem-se que $({}_1W_3)_{vapor} = ({}_1W_2)_{vapor} + ({}_2W_3)_{vapor}$. Assim,

$$({}_1W_3)_{vapor} = \left[p_1 .\,(\cancel{V}_2 - \cancel{V}_1) + \frac{(p_2 + p_3)\,.\,(\cancel{V}_3 - \cancel{V}_2)}{2}\right]_{vapor}$$

$$({}_1W_3)_{vapor} = \left[p_1 .\,(0{,}6.\cancel{V}_T - 0) + \frac{(p_2 + p_3)\,.\,(\cancel{V}_T - 0{,}6.\cancel{V}_T)}{2}\right]_{vapor}$$

onde $\cancel{V}_T$ é o volume de vapor a montante do pistão quando este atinge o ponto final do seu percurso. Desenvolvendo:

$$({}_1W_3)_{vapor} = 2000.0{,}6.\cancel{V}_T + \frac{(2000 + 500)\,.0{,}4.\cancel{V}_T}{2}$$

$$({}_1W_3)_{vapor} = ({}_1W_3)_{vapor} = 1200.\cancel{V}_T + 500.\cancel{V}_T = 1700 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_p^2 \cdot L_p$$

onde D_p e L_p são o diâmetro e o curso do pistão, respectivamente. Assim,

$$({}_1W_3)_{vapor} = 1700 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}5^2 \cdot 30 = 10013{,}83\,\text{kJ}$$

Voltando à Eq. (IV) e substituindo os valores,

$$m_e = \frac{-10013{,}83}{2561{,}23 - 3350{,}77} = 12{,}683\,\text{kg}$$

$$m_e = 12{,}7\,\text{kg} \qquad \boxed{\textbf{2,0 pts}}$$

(b) O trabalho transferido ao caça durante todo o percurso do pistão é o trabalho líquido entre aquele obtido pela expansão do vapor (já calculado no item a) e o trabalho gasto em empurrar o ar a jusante do pistão. Este segundo é negativo porque para o ar à jusante a variação de volume é negativa. Assim,

$$W_{liq} = [{}_1W_2 + {}_2W_3]_{vapor} - [{}_1W_3]_{ar}$$

$$W_{liq} = 1700.\cancel{V}_T - \left[\frac{(p_1 + p_3)\,.\,(\cancel{V}_3 - \cancel{V}_1)}{2}\right]_{ar}$$

$$W_{liq} = 1700.\cancel{V}_T - \left[\frac{(p_1 + p_3)\,.\,(\cancel{V}_T - 0)}{2}\right]_{ar}$$

$$W_{liq} = 1700.\cancel{V}_T - \frac{(100 + 800)\,.\cancel{V}_T}{2}$$

$$W_{liq} = 1700.\cancel{V}_T - 450.\cancel{V}_T = 1250.\cancel{V}_T = 1250 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_p^2 \cdot L_p$$

$$W_{liq} = 1250 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}5^2 \cdot 30 = 7363{,}108\,\text{kJ}$$

$$W_{liq} = 7363\,\text{kJ} \qquad \boxed{\textbf{1,5 pt}}$$

(c) Agora toma-se o caça como sistema, para o qual a variação de energia interna é desprezível;

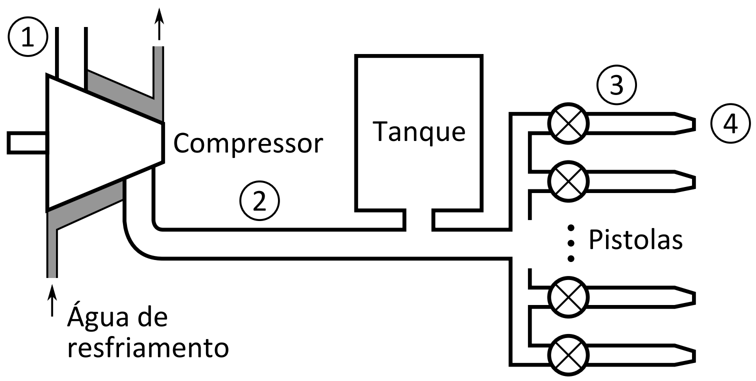
a variação da energia potencial é nula (considera-se piso do porta-aviões horizontal); e o calor trocado com o caça é desprezível. Além disso, o trabalho realizado sobre o caça é o trabalho líquido calculado no item (a) mais o trabalho das turbinas sobre o caça durante a corrifa de decolagem. Assim, para o caça partindo do repouso ($V_{1,\text{ caça}} = 0$):

$$\frac{m_{\text{caça}}.V_{2,\text{ caça}}^2}{2} = -\left(W_{liq} - F_{empuxo}.L_p\right)$$

$$\frac{5000.V_{2,\text{ caça}}^2}{2} = -(-7363108 - 60000.30) \Rightarrow V_{2,\text{ caça}} = 60{,}54\,\text{m/s}$$

$$V_{2,\text{ caça}} = 218\,\text{km/h} \qquad \boxed{\textbf{1,5 pt}}$$

Questão 2: A figura mostra esquematicamente um sistema de fornecimento de ar comprimido para as pistolas de pintura de uma fábrica automotiva. Um compressor de potência $\dot{W}_c = 3\,\mathrm{kW}$ suga ar ambiente, que está a pressão $p_1 = 100\,\mathrm{kPa}$ e temperatura $T_1 = 25\,°\mathrm{C}$, e descarrega-o com uma pressão de $p_2 = 1\,\mathrm{MPa}$ numa tubulação de diâmetro $D_2 = 200\,\mathrm{mm}$. O ar segue então para um "manifold", onde a vazão é dividida igualmente entre 16 mangueiras de diâmetro $D_3 = 10\,\mathrm{mm}$. A essas mangueiras estão acopladas válvulas reguladoras de pressão, que mantém a pressão no valor de $p_3 = 400\,\mathrm{kPa}$ na entrada das pistolas, que são bocais com diâmetro de entrada $D_3 = 10\,\mathrm{mm}$ e diâmetro de saída $D_4 = 1{,}4\,\mathrm{mm}$. O ar sai das pistolas num jato livre ($p_4 = 100\,\mathrm{kPa}$) de velocidade média $V_4 = 470\,\mathrm{m/s}$. Para não degradar a tinta, a temperatura do jato não pode ser superior a $50\,°\mathrm{C}$, e para assegurar isso, o compressor é resfriado por um sistema de refrigeração à água, onde o fluido entra a uma temperatura de $T_{re} = 20\,°\mathrm{C}$ e sai a $T_{rs} = 35\,°\mathrm{C}$. O sistema é ainda dotado de um tanque de acumulação de volume $4\,\mathrm{m}^3$, posicionado antes do manifold, que pode ser empregado como uma alternativa ao compressor quando o este está desligado.



Considerando que o ar possa ser modelado como gás ideal com calores específicos constantes [$c_p = 1{,}004\,\mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$], pede-se:

(a) Considerando a situação onde o compressor alimenta as 16 pistolas na condição de operação nominal, sem que nenhuma vazão ocorra para o tanque, determine qual deve ser a vazão de água no sistema de refrigeração para que a temperatura dos jatos não ultrapasse o máximo valor permitido. **(3,0 pontos)**

(b) Considere agora uma situação em que, estando o tanque cheio, com seu conteúdo em equilíbrio térmico e mecânico com as condições na entrada do manifold, o compressor seja desligado. O sistema passa então a ser alimentado pelo ar contido no tanque. Admitindo a mesma vazão mássica constante nas pistolas da situação do item (a) e que as trocas de calor sejam desprezíveis, estime por quanto tempo o tanque será capaz de alimentar adequadamente o sistema. Nota: admita que na saída do tanque as propriedades do ar sejam constantes e iguais à média aritmética das respectivas propriedades avaliadas nas temperaturas inicial e final do ar no tanque no processo. **(2,0 pontos)**

Solução: Substâncias: ar [gás ideal, com $R = 0{,}287\,\mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$, e calores específicos constantes, $c_p = 1{,}004\,\mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$ e $c_v = c_p - R = 0{,}717\,\mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$] e água [líquido, com calor específico $c_r = 4{,}184\,\mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$].

(a) $\not{V}C$ é todo o sistema (entrada de ar em 1 e saídas em 4; entrada de água no sistema de resfriamento em e e saída em s) – Regime permanente.

$$\text{1ª Lei :} \quad \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_r h_r = \dot{W}_{\forall C} + 16\dot{m}_4 \left(h_4 + \frac{V_4^2}{2} \right) + \dot{m}_r h_s \qquad \boxed{\textbf{1,0 pt}}$$

$$\text{Conservação de massa :} \quad \dot{m}_1 = 16\dot{m}_4$$

$$\dot{m}_4 = \rho_4 V_4 A_4 = \frac{p_4}{RT_4} V_4 \frac{\pi D_4^2}{4} = \frac{100 \times 470 \times \pi \times 0{,}0014^2}{0{,}287 \times 323{,}15 \times 4} = 7{,}801 \times 10^{-4}\,\text{kg/s} \qquad \boxed{\textbf{1,0 pt}}$$

$$\dot{m}_1 = 16 \times 7{,}801 \times 10^{-4} = 0{,}01248\,\text{kg/s} \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

$$\dot{m}_r = \frac{\dot{m}_1 \left[c_p (T_1 - T_4) - \frac{V_4^2}{2} \right] - (-\dot{W}_c)}{c_r (T_s - T_e)}$$

$$\dot{m}_r = \frac{0{,}01248 \times \left[1{,}004 \times (25 - 50) - \frac{470^2}{2 \times 1000} \right] - (-3)}{4{,}184 \times (35 - 20)} = 0{,}02084\,\text{kg/s} \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

(b) É preciso determinar o estado no ponto 2 na condição do item **(a)**, pois este é o estado inicial do ar no tanque na condição de operação deste item.

<u>$\forall C$ é o compressor + sistema de resfriamento, operando em regime permanente</u>

$$\text{1ª Lei:} \quad \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_r h_r = \dot{W}_{\forall C} + \dot{m}_1 h_2 + \dot{m}_r h_s$$

$$T_2 = \frac{\dot{m}_1 c_p T_1 + \dot{m}_r c_r (T_e - T_s) - \dot{W}_{\forall C}}{\dot{m}_1 c_p}$$

$$T_2 = \frac{0{,}01248 \times 1{,}004 \times 25 + 0{,}02084 \times 4{,}184 \times (20 - 35) - (-3)}{0{,}01248 \times 1{,}004} = 160\,^\circ\text{C} \qquad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

Consideramos agora a situação de esvaziamento do tanque.

<u>$\forall C$ é o tanque, operando em regime uniforme</u>

$$\text{1ª Lei :} \quad m_f u_f - m_i u_i = -m_s h_s = -m_s \left(\frac{h_f + h_i}{2} \right)$$

$$\text{Conservação de massa :} \quad m_f - m_i = -m_s$$

Substituindo a equação da conservação de massa na equação da 1ª Lei:

$$m_f u_f - m_i u_i = -m_s h_s = (m_f - m_i) \left(\frac{h_f + h_i}{2} \right) \qquad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

A massa inicial pode ser determinada com a equação de estado:

$$m_i = \frac{p_i \forall}{RT_i} = \frac{1000 \times 4}{0{,}287 \times 433{,}15} = 32{,}176\,\text{kg} \qquad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Usaremos agora como referência para entalpia e energia interna do ar a temperatura $T = 0\,\text{K}$, de modo que $u = c_v T$ e $h = c_p T$, com T em Kelvin. O tanque para de esvaziar quando sua pressão se iguala à pressão imposta pelas válvulas reguladoras, $p_f = 400\,\text{kPa}$. Assim, a temperatura final pode ser expressa em termos da massa final usando a equação de estado, $T_f = \dfrac{p_f \cancel{V}}{R m_f}$. Substituindo na equação combinada, chegamos a:

$$m_f c_v \frac{p_f \cancel{V}}{m_f R} - m_i c_v T_i = \frac{(m_f - m_i)}{2} \left(c_p \frac{p_f \cancel{V}}{m_f R} + c_p T_i \right) = \frac{c_p p_f \cancel{V}}{2R} + \frac{m_f c_p T_i}{2} - \frac{m_i c_p p_f \cancel{V}}{2 m_f R} - \frac{m_i c_p T_i}{2}$$

$$\left(\frac{c_p T_i}{2} \right) m_f^2 + \left[\left(m_i T_i - \frac{p_f \cancel{V}}{R} \right) \left(c_v - \frac{c_p}{2} \right) \right] m_f - \frac{m_i c_p p_f \cancel{V}}{2R} = 0 \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

Substituindo os valores numéricos:

$$2{,}174 \times 10^5 m_f^2 + 1{,}798 \times 10^6 m_f - 9{,}005 \times 10^7 = 0$$

Resolvendo esta equação de 2º grau, obtêm-se os valores $m_{f,1} = 16{,}631\,\mathrm{kg}$ e $m_{f,2} = -24{,}900\,\mathrm{kg}$. Obviamente, o primeiro é a solução que buscamos. $\boxed{\textbf{0,3 pt}}$

O intervalo de tempo decorrido é obtido dividindo-se a massa que sai do tanque pela vazão consumida pelas pistolas:

$$\Delta t = \frac{m_i - m_f}{\dot{m}_1} = \frac{32{,}176 - 16{,}631}{0{,}01248} = 1245\,\mathrm{s} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$