# ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
## PME 3230 - MECÂNICA DOS FLUIDOS I
### 2ª PROVA - 20/10/2017 - Duração: 120 minutos.

**RECOMENDAÇÕES:**

- Preencha todas as informações da capa do Caderno de Respostas
- Cada questão deve ser resolvida na página identificada do Caderno de Respostas
- Todos aparelhos de comunicação devem permanecer desligados durante a prova

**1ª Questão (3,0pontos).**

Na figura está esquematizado um trecho de dutos de ventilação. O escoamento de ar é dividido do duto **1** para os dutos **2** e **3**. A parcela de ar que segue pelo duto 3 é aquecido por um trocador de calor e tem sua velocidade máxima medida por um tubo de Pitot.

As áreas dos dutos são a **A1 = 0,41 m²**, **A2 = 0,16 m²** e **A3 = 0,25 m²**. O tubo de Pitot está posicionado de modo que mede a velocidade máxima (**$v_{max}$**) na seção transversal de escoamento e está conectado a um manômetro em "**U**" que possui um desnível **h = 4,5 mm.** A relação entre a velocidade média na seção **3** e a velocidade máxima medida com o Pitot é **4/5**.

São conhecidos os valores de massa específica para o ar na seção **2**, **$\rho_2$ = 1,2 kg/m³** e na seção **3**, **$\rho_3$ = 0,8 kg/m³** , e o peso específico do fluido manométrico **$\gamma_m$ = 3200 N/m³**. Adotar a aceleração da gravidade **g = 10 m/s²**.

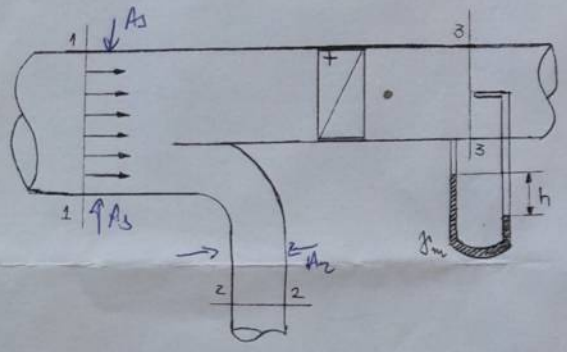
$\frac{V_3}{V_M^{Pit}} = \frac{4}{5}$

Pede-se:

1.1. Desenvolva equação para determinar a velocidade com o tubo de Pitot a partir da equação de Bernoulli e calcule a velocidade **$v_{max}$** no duto; (1,0 ponto)

1.2. Determinar a velocidade média **V3** e as vazões em volume **$Q_3$** e em massa **$m_3$** no duto **3**; (1,0 ponto)

1.3. Sabendo que a velocidade média no duto **2** é **V2 = 2 m/s** determinar o valor das vazões em massa **$m_1$**, em volume **$Q_1$** e a velocidade média **V1** no duto **1**; (1,0 ponto)




**2ª Questão (3,5 pontos)**

Uma Pequena Central Hidrelétrica – **PCH** é utilizada para gerar energia a partir de um reservatório superior situado no planalto paulista, aproveitando o desnível da serra do mar. Considerando a crise hídrica dos últimos anos, um projeto foi desenvolvido para transformar essa **PCH** em reversível. Desse modo, durante o dia, é possível gerar energia através de uma turbina, extraindo água do reservatório superior, enquanto que, durante a noite, a turbina funciona como bomba, elevando a água do reservatório inferior para o superior. Essa operação permite restaurar, parcialmente, a situação do nível de água do reservatório superior, com objetivo de atender o abastecimento da cidade em período hidrológico crítico.

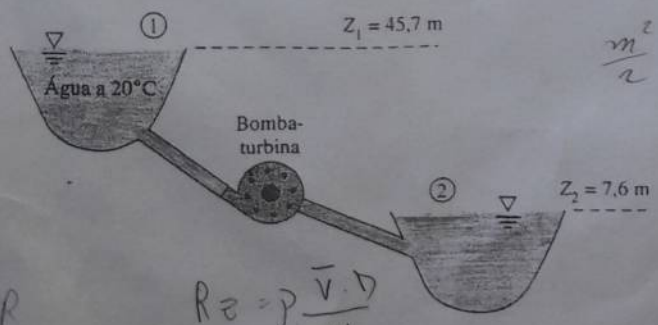
Considerando uma vazão de projeto de **56,8 m³/min** e uma perda de carga por atrito viscoso de **5,2 metros de coluna de água**, em ambas os sentidos de escoamento; considerando ainda que os reservatórios são mantidos em nível constante e a operação é adiabática, pede-se:

$\frac{N}{m^2} = m$

2.1. Verificar se o comportamento do escoamento será turbulento. Justificar claramente a resposta; (0,5 ponto)

$\frac{m^2}{s}$

2.2. Partindo da equação geral da energia fornecida a seguir, deduzir a equação simplificada para a obter a solução do problema, especificando, em detalhe, todas as hipóteses simplificadoras adotadas, em função dos dados do problema e apresente esta equação literal simplificada em termos de carga; (1,0 ponto)




$Re = \rho \frac{\bar{V} \cdot D}{\mu}$

2.3. Calcular a potência extraída no eixo da turbina para o gerador, considerando o rendimento global de 90%; (1,0 ponto)

2.4. Calcular a potência elétrica fornecida para o funcionamento da bomba, considerando o rendimento do motor elétrico é de 80% e o rendimento da bomba de 85%. (1,0 ponto)

Dados:

$$\rho = 1000\,\frac{kg}{m^3} \quad ; \quad g = 9{,}80\ m/s^2 \quad ; \quad D = 1200\ mm \quad ; \quad \mu = 10^{-3}\ Pa.s$$

Fluxo de calor

**Equação** $$\frac{\partial Q}{\partial t} + \dot{W}_m = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} e\,d\forall + \int_{SC}\left(\frac{v^2}{2} + g.z + u + \frac{p}{\rho}\right)\rho\vec{v}\,.\,\vec{n}dA$$

Calor

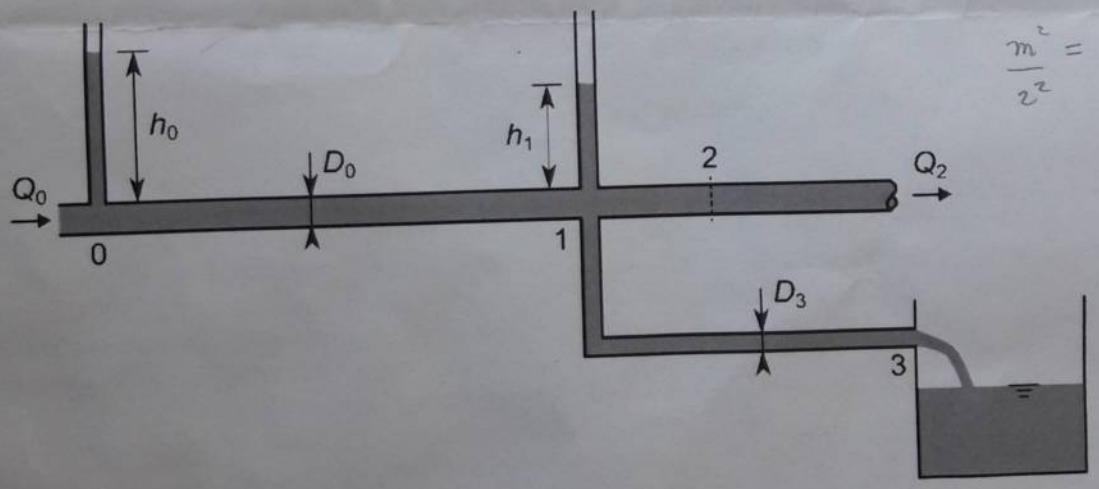
**3ª Questão (3,5 pontos)**

A figura mostra um sistema de distribuição de um reagente num laboratório químico. O reagente tem massa específica $\rho$ **= 970 kg/m³** e viscosidade dinâmica $\mu$ **= 5×10⁻³ Pa·s**. Na situação mostrada na figura as alturas lidas nos piezômetros instalados nos pontos 0 e 1 são $h_0$ **= 50,0 cm** e $h_1$ **= 35,0 cm** respectivamente. O tubo do **trecho 0–1** tem diâmetro $D_0$ **= 10 mm** e comprimento $L_{0,1}$ **= 2 m**, e o tubo do **trecho 1–3** tem diâmetro $D_3$ **= 5 mm** e comprimento total $L_{1,3}$ **= 2,5 m**. A descarga de reagente no reator mostrado **(ponto 3)** está **80 cm** abaixo da tubulação principal (**trecho 0–1**). Sabendo que a aceleração da gravidade no local vale **9,8 m/s²**, que todos os tubos podem ser considerados lisos e que as perdas de carga localizadas podem ser desprezadas,

3.1. determine a vazão de reagente pela seção **2** indicada na figura, $Q_2$, justificando todas as hipóteses adotadas nos cálculos realizados. (3,0 pontos)

3.2. Se a vazão no sistema, $Q_0$, fosse quintuplicada, qual seria a diferença dos níveis dos manômetros, $(h_0 - h_1)$? (0,5 pontos)

$\frac{m^2}{s^2} = kgr$




***FORMULÁRIO***

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \overline{V}_1^2}{2g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \overline{V}_2^2}{2g} + z_2\right) - h_m = h_{L_T} \qquad h_L = f\frac{L}{D}\frac{\overline{V}^2}{2g}$$

$$f = \frac{64}{Re} \qquad \frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right) \qquad H_m = \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} \qquad p_1 = \gamma h + p_2$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho\,d\forall + \int_{SC}\rho\vec{v}\cdot\vec{n}dA = 0 \qquad \frac{\rho v^2}{2} + p + \rho g z = \text{constante}$$

PME 3230

Prova P2 - 20/outubro/2017

1ª Questão - Resolução

1.1. Eq Bernoulli: $\rho \frac{v^2}{2} + p + \rho g z = cte$

No trecho 3-3 com tubo de Pitot, temos $z = cte$

$$\rho \frac{v_3^2}{2} + p_{estática} = p_{total_{Pitot}} = cte$$

$$v_{3_{Pitot}} = \sqrt{\frac{2(p_{total} - p_{estática})}{\rho}}$$ (0,5 ptos)

Na seção 3-3 onde está o Pitot:

$$\Delta p = p_{total} - p_{estática} = h_{manômetro}(\gamma_{Hg} - \gamma_{ar})$$

$$\Delta p = 4,5 \times 10^{-3}(3200 - 8) = 14,4 \, Pa$$

$$\boxed{v_{3_{Pitot}} = 6,0 \, m/s = v_{max}}$$ (0,5 ptos)

1.2. $V_3 = \frac{4}{5} v_{max} \rightarrow V_3 = 4,8 \, m/s$ (0,3 ptos)

$Q_3 = V_3 A_3 = 1,2 \, m^3/s$ (0,3 ptos)

$\dot{m}_3 = \rho_3 Q_3 = 0,96 \, kg/s$ (0,4 ptos)

1.3. Adotando $V_2 = 2 \, m/s$

$\dot{m}_2 = \rho_2 V_2 A_2 = 1,2 \times 2 \cdot 0,16 = 0,38 \, kg/s$

Eq Continuidade:

$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 = 1,34 \, kg/s$ (0,4 ptos)

$Q_1 = \frac{\dot{m}_1}{\rho_1} \quad 1,12 \, m^3/s$ (0,3 ptos)

$V_1 = 2,73 \, m/s$ (0,3 ptos)

**PME-3230 2º 2017**

**2ª Questão (3,5 pontos)**

Uma Pequena Central Hidrelétrica – PCH é utilizada para gerar energia a partir de um reservatório superior situado no planalto paulista, aproveitando o desnível da serra do mar. Considerando a crise hídrica dos últimos anos, foi desenvolvido um projeto para transformar essa PCH em reversível. Desse modo, durante o dia, seria possível gerar energia através de uma turbina, extraindo água do reservatório superior, enquanto que, durante a noite, a turbina funcionaria como bomba, elevando a água do reservatório inferior para o superior. Essa operação permitiria restaurar, parcialmente, a situação do nível de água do reservatório superior, com vista ao abastecimento da cidade em período hidrológico crítico.

Considerando uma vazão de projeto de 56,8 $m^3$/min e uma perda de carga por atrito de 5,2 m de coluna de água, em ambas os sentidos de escoamento; considerando ainda que os reservatórios são mantidos em nível constante e a operação é adiabática, pede-se:

a) Verificar se o comportamento do escoamento será turbulento. Justificar claramente a resposta; (0,5 pto.)

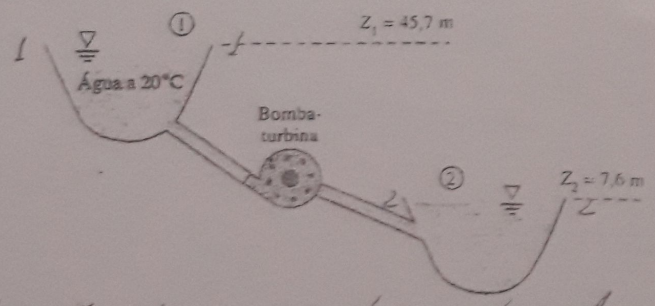
b) Partindo da equação geral da energia fornecida abaixo, deduzir a equação simplificada para a solução do problema, especificando, em detalhe, todas as hipóteses simplificadoras adotadas, em função dos dados do problema; (1,0 pto.)

c) Calcular a potência extraída no eixo da turbina para o gerador, considerando o rendimento global de 90%; (1,0 pto.)

d) Calcular a potência elétrica fornecida para o funcionamento da bomba, considerando o rendimento do motor de 80% e o rendimento da bomba de 85%. (1,0 pto.)

Dados: $\rho = 1000\,\frac{kg}{m^3}$ ; $g = 9{,}80\ m/s^2$ ; $D = 1200\ mm$ ; $\mu = 10^{-3}\ Pa\ .\ s$

**Formulário:** $$\frac{\delta Q}{\delta t} + \dot{W}_m = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} e\, d\forall + \int_{SC}\left(\frac{V^2}{2} + gz + u + \frac{p}{\rho}\right)\rho \vec{V}\,.\,\vec{n}\,dA$$




a) Verificação do comportamento do escoamento

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1000 \times 0{,}837 \times 1{,}2}{10^{-3}} \cong 1 \times 10^6 \gg 4000$$

(ESCOAMENTO TURBULENTO)

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0{,}947}{\pi \times (1{,}2)^2} = 0{,}837\ m/s$$

(0,5 pto)

$$Q = 56{,}8\ \frac{m^3}{min} = \frac{56{,}8\ m^3}{60\ s} = 0{,}947\ m^3/s$$

b) Dedução da equação simplificada da energia

b) Dedução da equação simplificada da energia para o problema, a partir da equação geral da energia fornecida; especificação de todas as hipóteses simplificadoras adotadas.

Equação geral da energia:

$$\text{I)} \quad \frac{\delta Q}{\delta t} + \dot{W}_m = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall c} e\,\rho\, d\forall + \int_{SC}\left(\frac{V^2}{2} + gz + u + \frac{p}{\rho}\right)\rho\,\vec{V}\cdot\vec{n}\,dA$$

"HIPÓTESES":

- Escoamento Permanente (reservatórios mantidos a nível constante) $\Rightarrow$ não há variação das propriedades no tempo dentro do $\forall c \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall c} e\,\rho\, d\forall = 0$
- Escoamento Incompressível (Água a 20°C) $\Rightarrow \rho = cte$
- $\forall c$ com uma entrada e uma saída

A partir da equação (I), considerando as "hipóteses" acima tem-se:

$$\text{II)} \quad \frac{\delta Q}{\delta t} + \dot{W}_m = -\rho\int_{A_e}\left(\frac{v^2}{2} + gz + u + \frac{p}{\rho}\right)_e \cdot v_e\, dA_e + \rho\int_{A_s}\left(\frac{v^2}{2} + gz + u + \frac{p}{\rho}\right)_s v_s\, dA_s$$

Integrando a equação (II), resulta:

$$\text{III)} \quad \frac{\delta Q}{\delta t} + \dot{W}_m = -\rho\left(\frac{\alpha_e V_e^2}{2} + gz_e + u_e + \frac{p_e}{\rho}\right)Q_e + \rho\left(\frac{\alpha_s V_s^2}{2} + gz_s + u_s + \frac{p_s}{\rho}\right)Q_s$$

Coeficiente de Coriolis: $\alpha_e = \alpha_s \cong 1$ (Escoamento turbulento)

Escoamento Permanente: $Q_e = Q_s = Q$ (vazão volumétrica cte).

Resulta portanto para a equação (III):

$$\frac{\delta Q}{\delta t} + \dot{W}_m = \left[-\left(\frac{V_e^2}{2} + gz_e + u_e + \frac{p_e}{\rho}\right) + \left(\frac{V_s^2}{2} + gz_s + u_s + \frac{p_s}{\rho}\right)\right]\rho Q$$

Remanejando os termos da equação (IV) entre o primeiro e o segundo membro:

$$\left[\left(\frac{V_e^2}{2}+gz_e+\frac{p_e}{\rho}\right)-\left(\frac{V_s^2}{2}+gz_s+\frac{p_s}{\rho}\right)\right]\rho Q =$$

$$= (u_s-u_e)\rho Q - \frac{\delta Q}{\delta t} - \dot{W}_m$$

ou

(V) $$\left[\left(\frac{V_e^2}{2}+gz_e+\frac{p_e}{\rho}\right)-\left(\frac{V_s^2}{2}+gz_s+\frac{p_s}{\rho}\right)\right]=(u_s-u_e)-\frac{1}{\rho Q}\frac{\delta Q}{\delta t}-\frac{\dot{W}_m}{\rho Q}$$

Multiplicando e dividindo o primeiro membro da equação (V) por (g), resulta:

(VI) $$\left(\frac{V_e^2}{2g}+z_e+\frac{p_e}{\gamma}\right)-\left(\frac{V_s^2}{2g}+z_s+\frac{p_s}{\gamma}\right)=(u_s-u_e)\frac{1}{g}-\frac{1}{\gamma Q}\frac{\delta Q}{\delta t}-\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$$

Na condição de transformação adiabática $\Rightarrow \frac{\delta Q}{\delta t}=0$;

resultando para a equação VI:

$H_e = \frac{V_e^2}{2g}+z_e+\frac{p_e}{\gamma} \Rightarrow$ carga média total na entrada (1) do VC.

$H_s = \frac{V_s^2}{2g}+z_s+\frac{p_s}{\gamma} \Rightarrow$ carga média total de saída (2) do VC.

$(u_s-u_e)\frac{1}{g} = \left(\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}\right)_{1-2} \Rightarrow$ perda por atrito entre a entrada (1) e a saída (2) do VC

$\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} = H_m \Rightarrow$ carga manométrica fornecida ou retirada pela máquina hidráulica

Equação Final simplificada:

VII) $$H_e - H_s = \left(\frac{W_a}{\gamma Q}\right)_{1-2} - H_m$$

(40pto)

c) operação como turbina potência extraída no

(1,0pto)

c) operação como turbina potência extraída no eixo da turbina p/ o gerador ($\eta_g = 90\%$)

$$\begin{cases} e = 1; \\ s = 2 \end{cases} \quad H_1 = \cancelto{0}{\frac{V_1^2}{2g}} + \cancelto{0}{\frac{p_1}{\gamma}} + z_1 = 45.7\,m$$

$$H_2 = \cancelto{0}{\frac{V_2^2}{2g}} + \cancelto{0}{\frac{p_2}{\gamma}} + z_2 = 7.6\,m$$

$$H_1 - H_2 = \left(\frac{\dot{W}_c}{\gamma Q}\right)_{1-2} - \frac{\dot{W}_T}{\gamma Q} \Rightarrow 45.7 - 7.6 = 5.2 - H_T$$

$$H_T = -32.9\,m = \frac{\dot{W}_T}{\gamma Q}$$

$$\dot{W}_T = 32.9 \times 9800 \times 0.947 = 305332\,W \cong 305.33\,kW$$

$$p/\ \eta_g = 0.90 \Longrightarrow \dot{W}_{eixo} = 305.33 \times 0.9 = 274.80\,kW$$

(1,0pto)

d) operação como bomba - potência elétrica fornecida com $\eta_B = 85\%$ e $\eta_m = 80\%$

$$H_2 - H_1 = \left(\frac{\dot{W}_c}{\gamma Q}\right)_{2-1} - H_B$$

$$7.6 - 45.7 = 5.2 - H_B \Rightarrow H_B = 43.3\,m$$

$$\dot{W}_B = \gamma Q H_B = 9800 \times 0.947 \times 43.3 = 401850\,W = 401.85\,kW$$

$$\dot{W}_{B\,elet.} = \frac{401.85}{0.85 \times 0.80} = 590.95\,kW = 590.96\,kW$$

(1,0pto)

## 3ª Questão (3,0 pontos)

**3.1** Aplicando a equação da energia entre os pontos 0 e 1:

$$\left(\frac{p_0}{\gamma}+\cancel{\frac{\alpha_0\bar{V}_0^2}{2g}}+\cancel{z_0}\right)-\left(\frac{p_1}{\gamma}+\cancel{\frac{\alpha_1\bar{V}_1^2}{2g}}+\cancel{z_1}\right)=h_L=f_{0,1}\frac{L_{0,1}}{D_0}\frac{\bar{V}_0^{\,2}}{2g}\quad\boxed{0{,}3\text{ pt}}$$

Assumindo que o escoamento seja laminar, o que verificaremos posteriormente, temos:

$$f_{0,1}=\frac{64}{Re_{0,1}}=\frac{64\mu}{\rho\bar{V}_0D_0}\quad\boxed{0{,}3\text{ pt}}$$

Substituindo na equação da energia:

$$\frac{\cancel{\rho g}(h_0-h_1)}{\cancel{\rho g}}=\frac{64\mu}{\rho\cancel{\bar{V}_0}D_0}\frac{L_{0,1}}{D_0}\frac{\bar{V}_0^{\cancel{2}}}{2g}=\frac{32\mu L_{0,1}}{\rho D_0^2g}\bar{V}_0\quad\Rightarrow\quad\bar{V}_0=\frac{\rho g(h_0-h_1)D_0^2}{32\mu L_{0,1}}=0{,}446\,\text{m/s}\quad\boxed{0{,}3\text{ pt}}$$

Checando a hipótese de escoamento laminar:

$$Re_{0,1}=\frac{\rho\bar{V}_0D_0}{\mu}=864<2100\quad\Rightarrow\quad\text{laminar}\checkmark\quad\boxed{0{,}3\text{ pt}}$$

Aplicando a equação da energia entre os pontos 1 e 3:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma}+\cancel{\frac{\alpha_3\bar{V}_3^2}{2g}}+\cancel{z_1}\right)-\left(\cancel{\frac{p_3}{\gamma}}+\cancel{\frac{\alpha_3\bar{V}_3^2}{2g}}+z_3\right)=f_{1,3}\frac{L_{1,3}}{D_3}\frac{\bar{V}_3^{\,2}}{2g}\quad\boxed{0{,}3\text{ pt}}$$

Assumindo que o escoamento seja laminar, o que verificaremos posteriormente, temos:

$$f_{1,3}=\frac{64}{Re_{1,3}}=\frac{64\mu}{\rho\bar{V}_3D_3}\quad\boxed{0{,}3\text{ pt}}$$

Substituindo na equação da energia.

$$\frac{p_1}{\gamma}-z_3=\frac{32\mu L_{1,3}}{\rho D_3^2g}\bar{V}_3\quad\Rightarrow\quad\bar{V}_3=\frac{\rho g(h_1-z_3)D_3^2}{32\mu L_{1,3}}=0{,}683\,\text{m/s}\quad\boxed{0{,}3\text{ pt}}$$

Checando a hipótese de escoamento laminar:

$$Re_{1,3}=\frac{\rho\bar{V}_3D_3}{\mu}=663<2100\quad\Rightarrow\quad\text{laminar}\checkmark\quad\boxed{0{,}3\text{ pt}}$$

Aplicando a conservação de massa no ponto 1:

$$Q_0=Q_2+Q_3\quad\boxed{0{,}3\text{ pt}}$$

$$Q_2=\bar{V}_0\frac{\pi D_0^2}{4}-\bar{V}_3\frac{\pi D_3^2}{4}=3{,}500\times10^{-5}-1{,}342\times10^{-5}=2{,}158\times10^{-5}\,\text{m}^3/\text{s}\quad\boxed{0{,}3\text{ pt}}$$

$$Q_2 = \bar{V}_0 \frac{\pi D_0^2}{4} - \bar{V}_3 \frac{\pi D_3^2}{4} = 3{,}500 \times 10^{-5} - 1{,}342 \times 10^{-5} = 2{,}158 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^3/s} \quad \boxed{0{,}3\ \mathrm{pt}}$$

**3.2** Quintuplicar a vazão significa quintuplicar a velocidade média $\bar{V}_0$, que passa a valer $\bar{V}_0' = 2{,}228\,\mathrm{m/s}$. O número de Reynolds também é quintuplicado, $Re_0' = 4322{,}3 > 4000$, o que significa que o escoamento passa a ser turbulento. Portanto, o fator de atrito tem que ser calculado com a fórmula de Colebrook ou o diagrama de Moody:

$$\frac{1}{\sqrt{f_{0,1}'}} = -2{,}0 \log\left(\frac{\cancel{\varepsilon/D}}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re_0' \sqrt{f_{0,1}'}}\right) \quad \Rightarrow \quad f_{0,1}' = 0{,}039 \quad \boxed{0{,}3\ \mathrm{pt}}$$

A diferença dos níveis dos manômetros seria:

$$(h_0 - h_1) = f_{0,1}' \frac{L_{0,1}}{D_0} \frac{\bar{V}_0'^2}{2g} = 1{,}976\,\mathrm{m} \quad \boxed{0{,}2\ \mathrm{pt}}$$