ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PME 3230 - MECÂNICA DOS FLUIDOS I
PROVA SUBSTITUTIVA - 09/12/2016 - Duração: 120 minutos

Notas importantes: As informações solicitadas da capa do caderno de respostas devem ser todas preenchidas. A prova de laboratório deve ser resolvida nos espaços da própria folha desta prova.

1ª Questão (3,0 pontos)

Uma placa de espessura desprezível, com área igual a **50 m²**, como mostra a figura, deve-se manter horizontal e imóvel. Entre a placa e uma superfície sólida fixa há escoamento de fluido com perfil de velocidades dado por: $v = 40 \cdot v_{máx} \cdot (y - 10 \cdot y^2)$, em unidades do Sistema Internacional, sendo o valor da velocidade máxima $v_{max} = 10$ **m/s**.

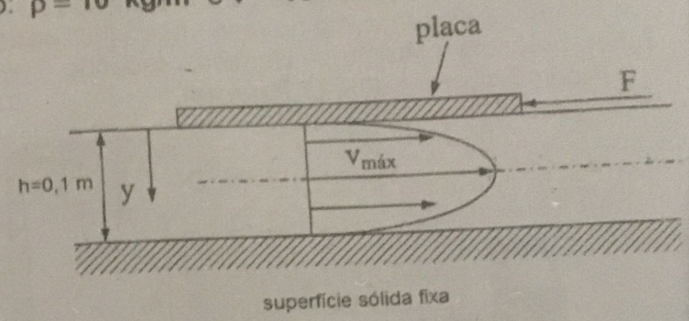
Adotar para as propriedades do fluido no escoamento: $\rho = 10^3$ **kg/m³** e $\nu = 10^{-6}$ **m²/s**

Determinar:

1.1. Qual o valor da tensão de cisalhamento que o fluido exerce sobre a superfície sólida fixa;(1,5 pontos)

1.2. Qual a tensão de cisalhamento que o fluido exerce sobre a placa;(1,0 ponto)

1.3. Qual o valor da força necessária para garantir a condição de imobilidade da placa. (0,5 pto)



2ª Questão (3,5 pontos)

Água e óleo são misturados no dispositivo esquematizado no plano horizontal conforme figura abaixo resultando, na saída 3, um escoamento homogêneo e incompressível.

Sendo fornecidas as informações a seguir e considerando que a entrada de óleo pela seção 2 segue a seguinte distribuição de velocidades: $u = 14\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$, pede-se determinar:

a) A expressão literal da vazão volumétrica de óleo em função do raio R_2, a partir da integração do perfil de velocidades. (0,5 pto.)

b) A massa específica da mistura homogênea. (1,5 pto.)

c) A resultante da força horizontal (plano **xy**) para manter o dispositivo na posição em repouso. Dar resposta vetorial. (1,5 pto)

Observação: admitir coeficiente de quantidade de movimento igual a 1 nas seções 1,3 e coeficiente de quantidade de movimento igual a 4/3 na seção 2.

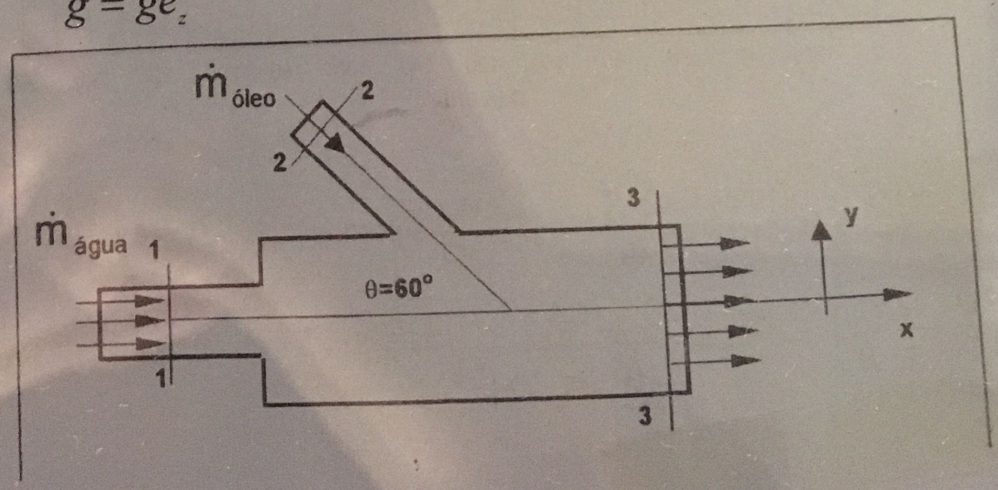
Dados: $D_1 = 2{,}8$ *mm;* $\dot{m}_{água} = 150$ kg/hora ; $p_1 = 6$ *bar;*

$D_2 = 3$ *mm;* $p_2 = 6$ *bar;*

$D_3 = 4{,}5$*mm;* $p_3 = 1$ *bar;*

$\rho_{água} = 1000\ \text{kg/m}^3$; $\rho_{óleo} = 850\ \text{kg/m}^3$ $1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa}$

$\vec{g} = g\vec{e}_z$



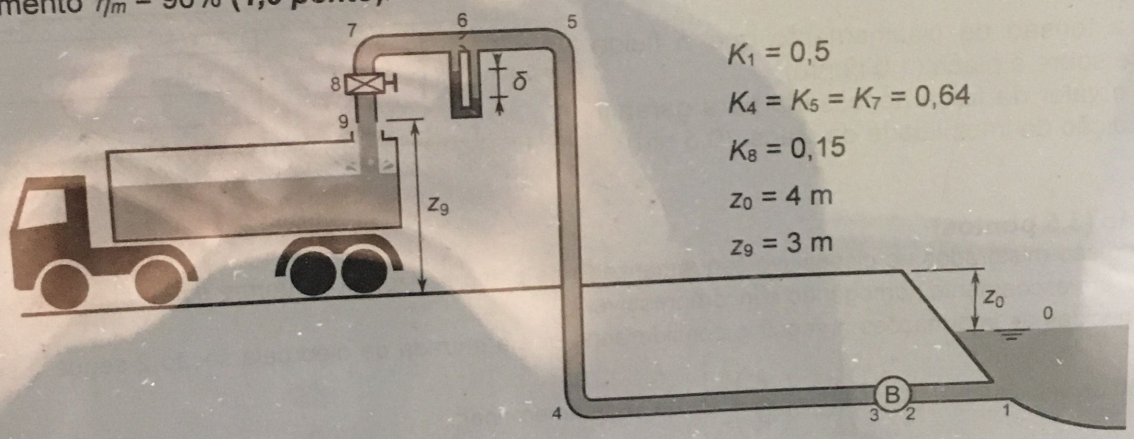
3ª Questão (3,5 pontos)

A figura mostra esquematicamente uma instalação para abastecimento de caminhões pipa com água a 20 °C (ρ = 998 kg/m³, ν = 10^{-6} m²/s), retirada de um grande reservatório. A água é impulsionada por uma bomba, indicada pela letra B, e passa por uma tubulação de ferro galvanizado (ε = 0,15 mm) de 100 mm de diâmetro e comprimento total $L_{1,9}$ = 60 m. A tubulação conta com três cotovelos (pontos 4, 5 e 7), uma válvula gaveta (ponto 8) e um medidor de vazão do tipo bocal (ponto 6), com diâmetro de garganta igual a D_g = 60 mm, coeficiente de descarga C = 0,95 e tomadas de pressão acopladas a um manômetro em U cujo fluido manométrico é mercúrio (ρ_{Hg} = 13600 kg/m³). Na situação mostrada na figura, a válvula está totalmente aberta e o desnível lido no manômetro é δ = 542 mm. Coeficiente de perda de carga localizada e valores das cotas dos pontos 0 e 9 estão indicados na figura, e as curvas de carga e rendimento da bomba, cujo rotor tem diâmetro de 255 mm, são fornecidas no gráfico abaixo. Sabendo que a aceleração da gravidade no local vale g = 9,8 m/s², pede-se:

3.1. A vazão de água no sistema (***1,0 ponto***)

3.2. O coeficiente de perda de carga localizada do bocal e a razão entre a perda de carga no bocal e a diferença de carga lida no manômetro (***1,5 ponto***);

3.3. A potência elétrica consumida, sabendo que o motor elétrico que movimenta a bomba tem rendimento η_m = 90% (***1,0 ponto***).



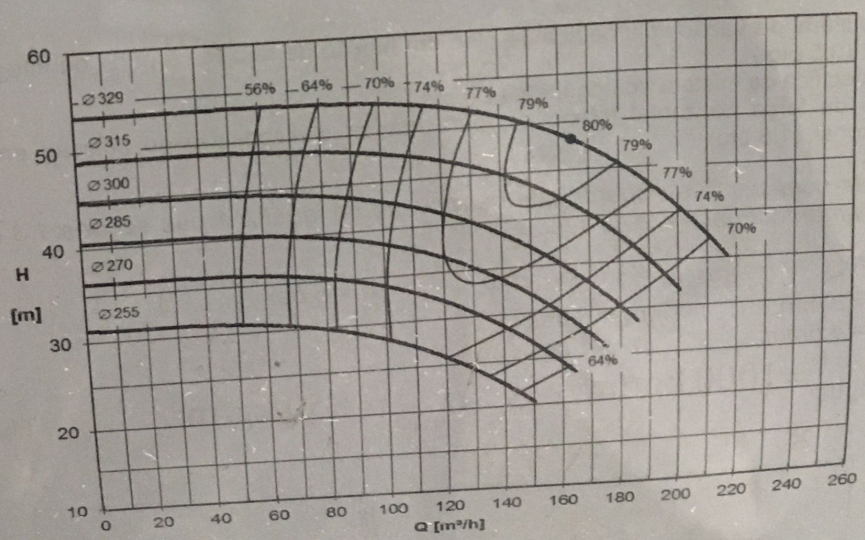
K_1 = 0,5

$K_4 = K_5 = K_7$ = 0,64

K_8 = 0,15

z_0 = 4 m

z_9 = 3 m



Formulário:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \qquad \left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} + z_2\right) = \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} + \text{perdas} \qquad h_L = f\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g} \qquad h_s = K\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\left(\varepsilon/D + \frac{2,51}{\Gamma}\right) \qquad Q = \frac{CA_g}{\sqrt{1-(D_g/D_t)^4}}\sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \qquad p_1 = \gamma h + p_2$$

PME 3230 - P SUBSTITUTIVA 09/12/16

$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$ $\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1}{2g} + z_1\right) - \left(\frac{\gamma}{\gamma} + \frac{}{2g}\right)$ $p_1 = \gamma h + p_2$

$\left(\varepsilon/D + \frac{2.51}{Re}\right)$ $Q = \frac{CA_0}{\sqrt{1-(D_0/D_1)^4}}\sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$

PME 3230 - P SUBSTITUTIVA 09/12/16

1ª QUESTÃO

Solução

Perfil de velocidades: $v = 40 \cdot v_{max}(y - 10y^2)$

1.1. Tensão de cisalhamento:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

$$\frac{dv}{dy} = \frac{d}{dy}(40 \cdot v_{max}(y - 10y^2))$$

$$\boxed{\frac{dv}{dy} = 40 v_{max}(1 - 20y)}$$ (0,5 pto)

$$\boxed{\frac{dv}{dy} = 400 - 20y}$$

Para parede sólida inferior:

$y = h = 0{,}1\ m$ e $v_{max} = 10\ m/s$

$$\frac{dv}{dy} = 40 \cdot 10\,(1 - (20 \times 0{,}1)) = -400\ s^{-1}$$

$$\mu = \nu \cdot \rho = 10^{-6} \cdot 10^{3} = 10^{-3}$$ (0,5)

$$\tau_{inf.} = 10^{-3} \cdot (-400) = \boxed{-0{,}4\ Pa}$$ (0,5)

1.2. Força sobre a placa superior

$y = 0$

$$\frac{dv}{dy} = 40 v_{max}(1 - 20y) = 400\ s^{-1}$$

$$\tau_{sup} = 10^{-3} \cdot (400) = \boxed{0{,}4\ Pa}$$ (1,0 pto)

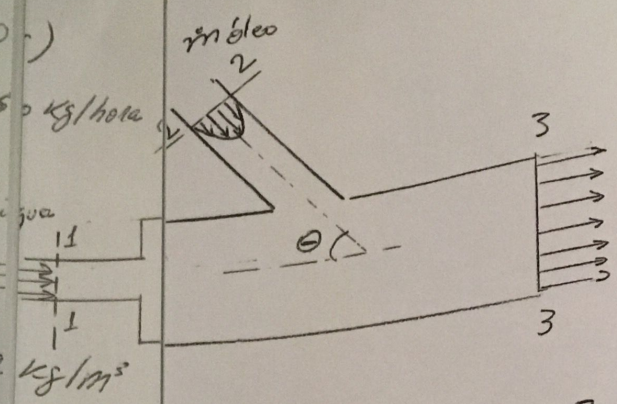
1.3. Força para imobilizar placa superior

$F = \tau A$ $A_{placa} = 50\ m^2$

$F = 0{,}4 \cdot 50 = \boxed{20\ N}$ (0,5 pto)

Gabarito PSOD 09/12/16

2º Questão (3,5 pontos)



Dados: $D_1 = 2{,}8\,mm$; $\dot{m}_{água} = 150\ kg/hora$

$p_1 = 6\ bar$

$D_2 = 3\,mm$; $p_2 = 6\ bar$

$D_3 = 4{,}5\,mm$; $p_3 = 1\ bar$

$\rho_{água} = 1000\ kg/m^3$; $\rho_{óleo} = 850\ kg/m^3$

seção 2 $\longrightarrow$ perfil de velocidades: $u = 14\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$

a) Vazão volumétrica de óleo em função de R_2

$$Q_{óleo} = \int_A \vec{V}\cdot\vec{n}\,dA = \int_0^{R_2} 14\left[1-\frac{r^2}{R^2}\right]2\pi r\,dr$$

$$Q_{óleo} = 2\pi\times 14\int_0^{R_2}\left[r-\frac{r^3}{R_2^2}\right]dr = 28\pi\left[\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4R_2^2}\right]_0^{R_2}$$

$$Q_{óleo} = 28\pi\left[\frac{R_2^2}{2}-\frac{R_2^4}{4}\right] = 28\pi\frac{R_2^2}{4}$$

$$Q_{óleo} = 7\pi R_2^2$$

(0,5 pto)

b) A massa específica da mistura homogênea (ρ_m)

Continuidade: $\cancel{\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall c}\rho\,d\forall}^{\,0} + \int_{SC}\rho\vec{V}\cdot\vec{n}\,dA = 0$

$$-\dot{m}_{água} - \dot{m}_{óleo} + \dot{m}_m = 0$$

$$\dot{m}_{óleo} = \rho_{óleo}Q_{óleo} = \rho_{óleo}\,7\pi R_2^2$$

$$\dot{m}_{óleo} = 850\times 7\pi\times\left(\frac{0{,}003}{2}\right)^2 = 0{,}0421\ kg/s$$

$$\dot{m}_{água} = 150\ \frac{kg}{h} = \frac{150\,kg}{3600\,s} = 0{,}0417\ kg/s$$

$\dot{m}_{óleo} = 0.95 \times \pi \times \left(\frac{0.005}{2}\right)^2 = 0.0421$ Kg/s

$\dot{m}_{água} = 150 \frac{Kg}{h} = \frac{150 Kg}{3600 s} = 0.0417$ Kg/s

$\dot{m}_m = \dot{m}_{água} + \dot{m}_{óleo} = 0.0417 + 0.0421 = 0.0838$ Kg/s

Com a hipótese de incompressibilidade, vale a conservação do volume

$$-Q_{água} - Q_{óleo} - Q_m = 0$$

$$Q_m = Q_{água} + Q_{óleo} = \frac{\dot{m}_{água}}{\rho_{água}} + \frac{\dot{m}_{óleo}}{\rho_{óleo}}$$

$$\frac{0.0838}{\rho_m} = \frac{0.0417}{1000} + \frac{0.0421}{850} = 0.0000417 + 0.0000495$$

$$\rho_m = 918{,}56 \text{ Kg/s}$$

(1,5 pto)

c) A força horizontal para manter o dispositivo em repouso

$$\sum F_{ext_x} = -\int_{A_1} u_1 \rho v_1 dA_1 - \int_{A_2} u_2 \rho v_2 dA_2 + \int_{A_3} u_3 \rho v_3 dA_3$$

Sendo:

$A_1 = \pi \times \frac{(0.0028)^2}{4} = 6.16 \times 10^{-6} m^2 \Rightarrow v_1 = \frac{4Q_1}{\pi D_1^2} = 6.77 m/s$

$A_2 = \pi \times \frac{(0.003)^2}{4} = 7.07 \times 10^{-6} m^2 \Rightarrow v_2 = \frac{4Q_2}{\pi D_2^2} = 7.00 m/s$

$A_3 = \pi \times \frac{(0.0045)^2}{4} = 1.59 \times 10^{-5} m^2 \Rightarrow v_3 = \frac{4Q_3}{\pi D_3^2} = 5.74 m/s$

$$\sum F_{ext_x} = -\beta_1 \rho_{água} v_1^2 A_1 - \beta_2 \rho_{óleo} (v_2 \cos\theta) v_2 A_2 + \beta_3 \rho_m v_3^2 A_3$$

$\beta_1 = \beta_3 =$

$= 150 \frac{Kg}{h} = \frac{150 Kg}{3600 s} = 0.0417 \ Kg/s$

$= 0.0421 \ Kg/s$

$\dot{m}_m = \dot{m}_{água} + \dot{m}_{óleo} = 0.0417 + 0.0421 = 0.0838 \ Kg/s$

Com a hipótese de incompressibilidade, vale a conservação do volume

$$-Q_{água} - Q_{óleo} + Q_m = 0$$

$$Q_m = Q_{água} + Q_{óleo} = \frac{\dot{m}_{água}}{\rho_{água}} + \frac{\dot{m}_{óleo}}{\rho_{óleo}}$$

$$\frac{0.0838}{\rho_m} = \frac{0.0417}{1000} + \frac{0.0421}{850} = 0.0000417 + 0.0000495$$

$$\rho_m = 918,56 \ Kg/s$$

(1,5 pto)

c) A força horizontal para manter o dispositivo em repouso

$$\Sigma F_{ext_x} = -\int_{A_1} u_1 \rho v_1 dA_1 - \int_{A_2} u_2 \rho v_2 dA_2 + \int_{A_3} u_3 \rho v_3 dA_3$$

Sendo:

$$A_1 = \pi \times \frac{(0.0028)^2}{4} = 6,16 \times 10^{-6} m^2 \Rightarrow v_1 = \frac{4Q_1}{\pi D_1^2} = 6,77 m/s$$

$$A_2 = \pi \times \frac{(0.003)^2}{4} = 7,07 \times 10^{-6} m^2 \Rightarrow v_2 = \frac{4Q_2}{\pi D_2^2} = 7.00 m/s$$

$$A_3 = \pi \times \frac{(0.0045)^2}{4} = 1,59 \times 10^{-5} m^2 \Rightarrow v_3 = \frac{4Q_3}{\pi D_3^2} = 5,74 m/s$$

$$\Sigma F_{ext_x} = -\beta_1 \rho_{água} v_1^2 A_1 - \beta_2 \rho_{óleo} (v_2 \cos\theta) v_2 A_2 + \beta_3 \rho_m v_3^2 A_3$$

Adotando: $\begin{cases} \beta_1 = \beta_3 = 1 \\ \beta_2 = 4/3 \end{cases}$

$+\beta_3 \rho_m U_3^2 A_3$

Adotando: $\begin{cases} \beta_1 = \beta_3 = 1 \\ \beta_2 = 4/3 \end{cases}$

Paulo 09/12/16 3

$$\Sigma F_{ext_x} = -1 \times 1000 \times (6.77)^2 \times 6.16 \times 10^{-6}$$

$$-\frac{4}{3} \times 850 \times (7.00)^2 \times 7.07 \times 10^{-6} \times \frac{1}{2}$$

$$+1 \times 918.56 \times (5.74)^2 \times 1.59 \times 10^{-5} = -0.282 - 0.196 + 0.481$$

$$\Sigma F_{ext_x} = -0.0030 \text{ N}$$

$$\Sigma F_{ext_x} = p_1 A_1 + p_2 A_2 \cos\theta - p_3 A_3 + R_x = -0.095$$

$$6 \times 10^5 \times 6.16 \times 10^{-6} + 6 \times 10^5 \times 7.07 \times 10^{-6} \times \frac{1}{2} - 10^5 \times 1.59 \times 10^{-5}$$

$$+ R_x = -0.0030$$

$$3.66 + 2.12 - 1.59 + R_x = -0.0030$$

$$R_x = -0.0030 - 3.66 - 2.12 + 1.59 = -4.23 \text{ N}$$

$$\Sigma F_{ext_y} = -\int_{A_2} \rho\, U_2\, dA_2 = \rho \beta_2 (U_2 \operatorname{sen}\theta)\, U_2 A_2$$

$$\Sigma F_{ext_y} = \frac{4}{3} \times 850 \times 7^2 \times 0.866 \times 7.07 \times 10^{-6} = +0.34 \text{ N}$$

$$\Sigma F_{ext_y} = -p_2 A_2 \operatorname{sen}\theta + R_y$$

$$-6 \times 10^5 \times 7.07 \times 10^{-6} \times 0.866 + R_y = 0.393$$

$$R_y = 0.393 + 3.674 = 4.014 \text{ N}$$

$$\vec{R} = 4.230\,(-\vec{i}) + 4.014\,(\vec{j}) \text{ N}$$

(1.5 pto)

Psub 09/12/96

3ª Questão (3,5 pontos)

3.1. Obtemos a vazão pela leitura do desnível do manômetro acoplado às tomadas de pressão do bocal. Esta leitura fornece uma diferença de pressão Δp:

$$\Delta p = (\rho_m - \rho) g \delta = (13600 - 998) \times 9{,}8 \times 0{,}542) = 66937\,\text{Pa} \quad \boxed{0{,}5\ \text{pt}}$$

Substituindo na equação do medidor e usando os valores fornecidos no enunciado:

$$Q = \frac{C A_g}{\sqrt{1-(D_g/D)^4}} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \frac{0{,}95 \times \left(\frac{\pi \times 0{,}06^2}{4}\right)}{\sqrt{1-(0{,}06/0{,}1)^4}} \sqrt{\frac{2 \times 66937}{998}} = 0{,}0333\,\text{m}^3/\text{s} = 120\,\text{m}^3/\text{h} \quad \boxed{0{,}5\ \text{pt}}$$

3.2. Equação da energia entre 0 e 9:

$$\left(\cancel{\frac{p_0}{\gamma}} + \cancel{\frac{\alpha_0 \bar{V}_0^2}{2g}} + z_0\right) - \left(\cancel{\frac{p_9}{\gamma}} + \frac{\alpha_9 \bar{V}_9^2}{2g} + z_9\right) + h_b = h_{L_T} =$$

$$= \left(f\frac{L_{1,9}}{D} + K_1 + K_4 + K_5 + K_6 + K_7 + K_8\right)\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$K_6 = \frac{2g}{\bar{V}^2}(z_0 - z_9 + h_b) - f\frac{L_{1,9}}{D} - K_1 - K_4 - K_5 - K_7 - K_8 - \alpha_9 \quad \boxed{0{,}2\ \text{pt}}$$

Com $Q = 120\,\text{m}^3/\text{h}$, obtemos $h_b = 26\,\text{m}$ do gráfico fornecido. $\boxed{0{,}3\ \text{pt}}$

$$\bar{V} = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0{,}0333}{\pi \times 0{,}1^2} = 4{,}246\,\text{m/s} \quad \boxed{0{,}2\ \text{pt}}$$

$$Re = \frac{\bar{V} D}{\nu} = \frac{4{,}246 \times 0{,}1}{10^{-6}} = 4{,}246 \times 10^5, \quad \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0{,}15}{100} = 0{,}0015$$

Usando o diagrama de Moody ou a equação de Colebrook, obtemos $f = 0{,}0226$. $\boxed{0{,}3\ \text{pt}}$

Substituindo na expressão de K_6 obtida acima:

$$K_6 = \frac{2 \times 9{,}8}{4{,}246^2}(-4 - 3 + 26) - 0{,}0226 \times \frac{60}{0{,}1} - 0{,}5 - 3 \times 0{,}64 - 0{,}15 - 1 = 3{,}52 \quad \boxed{0{,}1\ \text{pt}}$$

A perda de carga no bocal é $\Delta h_6 = K_6 \dfrac{\bar{V}^2}{2g} = 3{,}52 \times \dfrac{4{,}246^2}{2 \times 9{,}8} = 3{,}24\,\text{m}$. $\boxed{0{,}2\ \text{pt}}$

A razão entre a perda de carga no bocal e a diferença de carga lida no manômetro é

$$\frac{\Delta h_6}{\Delta p/(\rho g)} = \frac{3{,}24}{66937/(998 \times 9{,}8)} = 0{,}473 \quad \boxed{0{,}2\ \text{pt}}$$

$$Re = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{4{,}246 \times 0{,}1}{10^{-6}} = 4{,}246 \times 10^5, \quad \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0{,}15}{100} = 0{,}0015$$

Usando o diagrama de Moody ou a equação de Colebrook, obtemos $f = 0{,}0226$. $\boxed{0{,}3\text{ pt}}$

Substituindo na expressão de K_6 obtida acima:

$$K_6 = \frac{2 \times 9{,}8}{4{,}246^2}(-4 - 3 + 26) - 0{,}0226 \times \frac{60}{0{,}1} - 0{,}5 - 3 \times 0{,}64 - 0{,}15 - 1 = 3{,}52 \quad \boxed{0{,}1\text{ pt}}$$

A perda de carga no bocal é $\Delta h_6 = K_6 \frac{\bar{V}^2}{2g} = 3{,}52 \times \frac{4{,}246^2}{2 \times 9{,}8} = 3{,}24\,\text{m}$. $\boxed{0{,}2\text{ pt}}$

A razão entre a perda de carga no bocal e a diferença de carga lida no manômetro é

$$\frac{\Delta h_6}{\Delta p/(\rho g)} = \frac{3{,}24}{66937/(998 \times 9{,}8)} = 0{,}473 \quad \boxed{0{,}2\text{ pt}}$$

3.3. A potência fornecida ao fluido é

PSUB 09/12/16

$$\dot{W}_f = \rho g Q h_b = 998 \times 9{,}8 \times 0{,}0333 \times 26 = 8479\,\text{W} \quad \boxed{0{,}3\text{ pt}}$$

Com $Q = 120\,\text{m}^3/\text{h}$, obtemos o rendimento da bomba, $\eta_b = 74\%$, do gráfico fornecido. $\boxed{0{,}3\text{ pt}}$

A potência fornecida à bomba é $\dot{W}_b = \frac{\dot{W}_f}{\eta_b} = \frac{8479}{0{,}74} = 11459\,\text{W}$. $\boxed{0{,}2\text{ pt}}$

A potência fornecida ao motor elétrico é $\dot{W}_m = \frac{\dot{W}_b}{\eta_m} = \frac{11459}{0{,}9} = 12732\,\text{W}$. $\boxed{0{,}2\text{ pt}}$