ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PME 3230 - MECÂNICA DOS FLUIDOS I
2ª PROVA - 13/10/2016 - Duração: 100 minutos.

1ª Questão (valor 3,5 pontos)

Em um escoamento de água em um canal de seção transversal retangular foi avaliada a distribuição de velocidades na vertical (eixo **y**) através de um tubo de pitot conforme indicado na figura. O tubo de pitot está conectado a um piezômetro com água que indica uma altura **h** acima da superfície livre da água. O escoamento é em regime permanente, com linhas de corrente retas e paralelas seguindo a equação do perfil de velocidades $v = k\,(y/yo)^2$

Pede-se

1.1. Determinar o valor da constante **k** na equação do perfil de velocidades considerando o uso do tubo de pitot *(1,0 ponto)*

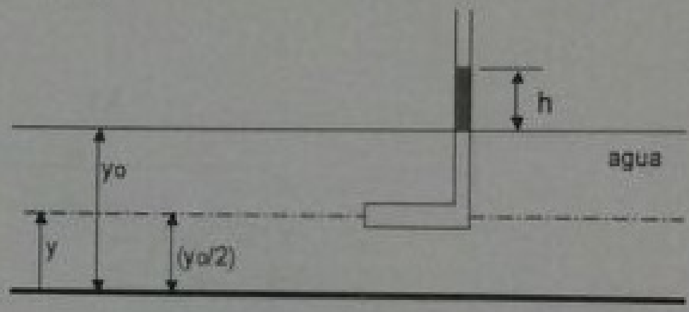
1.2. Determinar a vazão em volume e a vazão em massa por unidade de largura que atravessa a seção transversal do canal *(1,0 ponto)*

1.3. Determinar o valor da velocidade média (**V**) *(0,5 ponto)*

1.4. Determinar o coeficiente da energia cinética (α) *(1,0 ponto)*

São dados:

- Altura total da superfície livre da água: **yo = 1,0 m**;
- $\rho_{água}$ = **1000 kg/m³** ; **g = 10 m/s²**
- **h = 0,10 m**



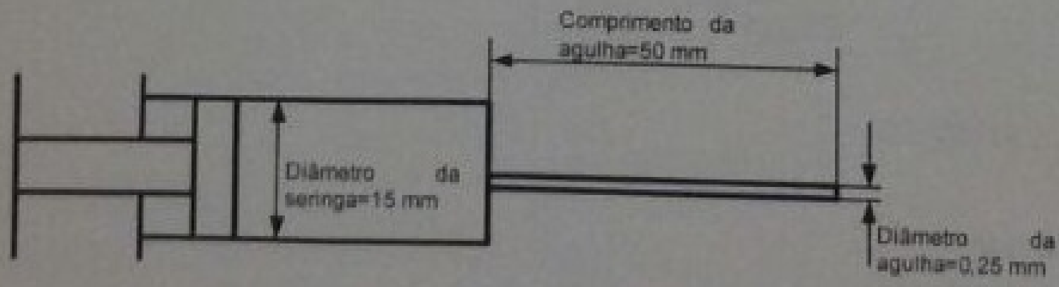
Corte longitudinal do canal

2ª Questão (3,0 pontos)

Para a injeção de medicamentos utilizando-se seringas com agulha, deve-se garantir que dois parâmetros não sejam ultrapassados, a saber:

- Vazão volumétrica máxima de injeção: $2{,}5\times10^{-7}$ m³/s;
- Força máxima a ser realizada durante o processo de injeção: 35 N;

Verifique se o conjunto de seringa e agulha mostrado abaixo atende as especificações exigidas, sabendo-se que as propriedades do medicamento a ser injetado podem ser consideradas constantes e iguais a: **μ=0,0012 N.s/m²** e **ρ=975kg/m³**. Admita que o atrito entre o êmbolo e a seringa é desprezível e não há perdas no escoamento no interior da seringa.



3ª Questão (valor 3,5 ptos)

Um caminhão de bombeiros succiona água de um grande reservatório aberto para a atmosfera, através de um mangueira de área de seção transversal $A_1 = 0{,}02\ m^2$. A água é descarregada de uma bomba, através de uma outra mangueira de mesma área de seção transversal ($0{,}02\ m^2$), em um tanque de compensação pressurizado com ar a **827,4 kPa**.

A bomba fornece a água uma potência de **4,55 hp**. Do tanque de compensação a água flui em regime permanente através de uma mangueira de área de seção transversal igual a $A_2 = 0{,}004\ m^2$, para um bocal cuja área de saída vale $A_3 = 0{,}0001\ m^2$. Admitindo-se que a saída do bocal está na mesma cota da superfície livre da água no tanque de compensação e desprezando-se as perdas de carga, pede-se determinar:

a) A velocidade da água na saída do bocal *(1,0 pto.)*

b) A cota **Z** da bomba (posição **X**) em relação ao nível d´água do reservatório aberto para a atmosfera (esquematizar na figura a posição do nível d´água encontrado). *(1,0 pto.)*

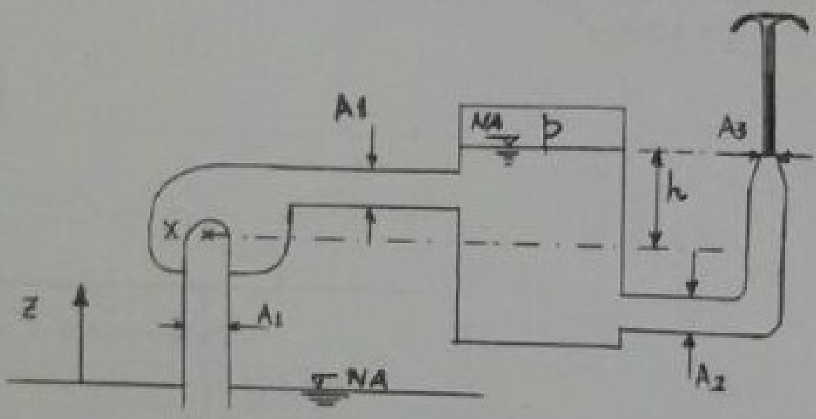
c) A potência requerida para acionar a bomba se sua eficiência vale $\eta = 80\%$. *(0,5 pto.)*

d) A altura máxima que pode atingir o jato livre proveniente do bocal de saída, em relação à cota do reservatório aberto para a atmosfera. *(1,0 pto.)*

Dados:

$$\rho_{H_2O} = 999 kg/m^3\ ;\ g = 9{,}8\ m/s^2\ ;\ h = 90\ cm;\ p = 827{,}4 kPa$$

$$\dot{W}_m = 4{,}55 hp;\ 1hp = 746 W;\ A_1 = 0{,}02\ m^2;\ A_2 = 0{,}004\ m^2;\ A_3 = 0{,}0001\ m^2$$



Formulário:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC}\rho d\forall + \int_{SC}\rho.\vec{v}.\vec{n}dA = 0 \qquad \left(\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z\right) = \text{constante}$$

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1\overline{V}_1^2}{2g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2\overline{V}_2^2}{2g} + z_2\right) - \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} = h_{L_T} \qquad h_L = f\frac{L}{D}\frac{\overline{V}^2}{2g}$$

$$f_{Lam} = \frac{64}{Re} \qquad \frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC}\rho d\forall + \int_{SC}\rho.\vec{v}.\vec{n}dA = 0$$

$$\alpha = \frac{\frac{1}{2}\int_S v^2\rho.\vec{v}.\vec{n}dA}{\frac{1}{2}\rho\overline{V}^3 A}$$

PME 3230 - PROVA P2

14/10/2016

1ª QUESTÃO

1.1. No tubo de Pitot a equação de Bernoulli para a LC na altura média do canal ($y_0/2$):

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2$$

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2g(P_2-P_1)}{\gamma}} = \sqrt{\frac{2(P_2-P_1)}{\rho}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(0{,}60 \cdot 10^4 - 0{,}5 \cdot 10^4)}{10^3}} = \boxed{1{,}41 \ \frac{m}{s}}$$

Na equação do perfil de velocidades:

$$v = k\left(\frac{y}{y_0}\right)^2 \Rightarrow v = k\left(\frac{y_0/2}{y_0}\right)^2 \Rightarrow k = \frac{v}{(0{,}5)^2}$$

$$\boxed{k = 5{,}66 \ m/s}$$

1.2. $Q = \int_S \vec{v} \cdot \vec{n}\, dA$ $\qquad A = b \cdot y \rightarrow dA = b\,dy$

$$\frac{Q}{b} = \int_0^{y_0} v \cdot dy = \int_0^{y_0} k\frac{y^2}{y_0^2}\,dy = \frac{k}{y_0^2}\frac{y^3}{3}\Big|_0^{y_0}$$

$$\frac{Q}{b} = \frac{k\,y_0}{3} = \frac{5{,}66 \cdot 1}{3} = \boxed{1{,}89 \ \frac{m^3}{s \cdot m}}$$

$$\frac{\dot{m}}{b} = 1{,}89 \times 10^3 \ \frac{kg}{s \cdot m}$$

1.3. $V = \dfrac{Q}{A} = 1{,}89 \ \dfrac{m}{s}$

1.4. Coeficiente de Energia Cinética (α)

$$\alpha = \frac{C}{C_0} \qquad C = \frac{1}{2}\int_S v^2 \rho\, \vec{v} \cdot \vec{n}\, dA \qquad C_0 = \frac{1}{2} V^3 \rho A$$

$$C = \frac{\rho}{2}\int_0^{y_0} v^3 b\,dy = \frac{b\rho}{2}\int_0^{y_0} \frac{k^3 y^6}{y_0^6}\,dy = \frac{b\,k^3\rho}{2y_0^6}\frac{y_0^7}{7} =$$

$$C = \frac{\rho\, b\, k^3 y_0}{14} = \frac{10^3 \cdot 1 \cdot (5{,}66)^3 \cdot 1}{14} = 12.930 \ J/s$$

$$C_0 = \frac{1}{2}\rho V^3 A = \frac{10^3 \cdot 1{,}89^3 \cdot 1}{2} = 3.375 \ \frac{J}{s}$$

$$\boxed{\alpha = 3{,}83}$$

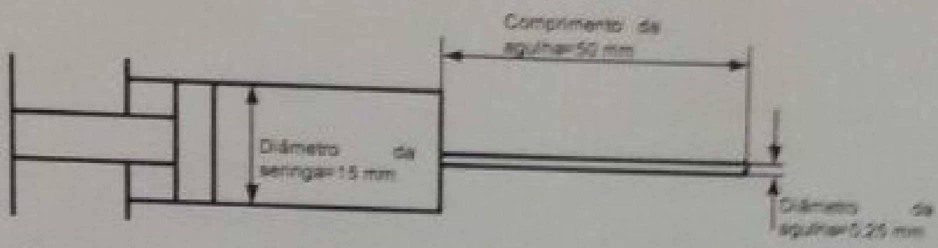
PME 3230 - Mecânica dos Fluidos I

2ª. QUESTÃO – AULAS L3 E L4 - Solução

Para a injeção de medicamentos utilizando-se seringas com agulha, deve-se garantir que dois parâmetros não sejam ultrapassados, a saber:

- Vazão volumétrica máxima de injeção: $2,5x10^{-7}$ m^3/s;
- Força máxima a ser realizada durante o processo de injeção: 35 N;

Verifique se o conjunto de seringa e agulha mostrado abaixo atende as especificações exigidas, sabendo-se que as propriedades do medicamento a ser injetado podem ser consideradas constantes e iguais a: μ=0,0012 N.s/m^2 e ρ=975kg/m^3. Admita que o atrito entre o êmbolo e a seringa é desprezível e não há perdas no escoamento no interior da seringa.



Solução:

$$\dot{Q}_{máximo} = V_{máximo} A \Rightarrow V_{máximo} = \frac{\dot{Q}_{máximo}}{A} = \frac{4*2,5x10^{-7}}{\pi*(0,00025)^2} = 5,1\,m/s$$

$$\mathrm{Re}_{máximo} = \frac{\rho V_{máximo} D}{\mu} = \frac{975*5,1*0,25x10^{-3}}{0,0012} = 1036 < 2100 \Rightarrow \text{escoamento laminar}$$

Além disso:

$$F_{máximo} = \Delta p_{máximo} * A_{seringa} \Rightarrow \Delta p_{máximo} = \frac{35}{\frac{\pi}{4}(15x10^{-3})^2} = 198059\,Pa$$

Como temos escoamento laminar e impondo a vazão volumétrica máxima de $2,5x10^{-7}$ m^3/s:

$$\Delta p = \frac{128\mu L_{agulha}\dot{Q}_{agulha}}{\pi D^4_{agulha}} = \frac{128*0,0012*50x10^{-3}*2,5x10^{-7}}{\pi*(0,25x10^{-3})^4} = 156456\,Pa$$

Logo para as condições adotadas o conjunto de seringa/agulha atende as especificações exigidas.

3ª Questão) (Valor ... pontos)

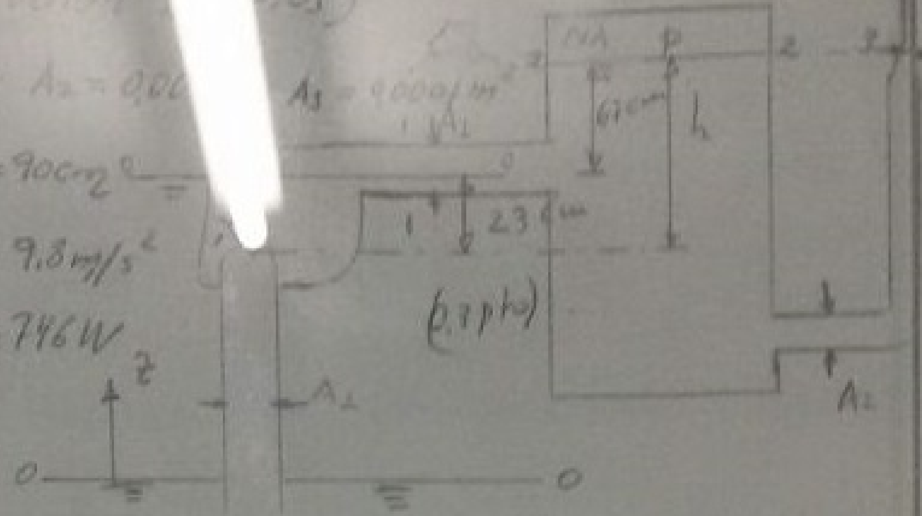
Dados: $A_1 = 0{,}02\,m^2$; $A_2 = 0{,}00...$; $A_3 = 0{,}0001\,m^2$

$p = 827{,}4\ kPa$; $h = 90\,cm$

$\rho_{H_2O} = 999\,kg/m^3$; $g = 9{,}8\,m/s^2$

$\dot{W}_B = 4{,}55\,hp$; $1\,hp = 746\,W$

Perdas desprezíveis



a) Velocidade da água na saída do bocal (VC_{2-3})

$$H_2 - H_3 = 0 \Rightarrow \left(\cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + \frac{p_2}{\gamma} + \cancel{z_2}\right) - \left(\frac{V_3^2}{2g} + \cancel{\frac{p_3}{\gamma}} + \cancel{z_3}\right) = 0$$

$$\frac{p_2}{\gamma} - \frac{V_3^2}{2g} = 0 \Rightarrow \frac{V_3^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} \Rightarrow V_3 = \sqrt{2g\frac{p_2}{\gamma}}$$

$$V_3 = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times \frac{827{,}4 \times 10^3}{999 \times 9{,}8}} = 40{,}70\,m/s$$

(1,0 pto)

b) A cota z da bomba em relação ao NA do reservatório aberto (VC_{0-3})

$$H_0 - H_3 = \frac{-\dot{W}_m}{\gamma Q} \Rightarrow \left(\cancel{\frac{V_0^2}{2g}} + \cancel{\frac{p_0}{\gamma}} + z_0\right) - \left(\frac{V_3^2}{2g} + \cancel{\frac{p_3}{\gamma}} + z_3\right) = -\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$$

$$z_0 - z_3 - \frac{V_3^2}{2g} = -\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} \Rightarrow z_3 - z_0 = \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} - \frac{V_3^2}{2g}$$

$$z_3 - z_0 = \frac{4{,}55 \times 746}{9{,}8 \times 999 \times 0{,}00407} - \frac{(40{,}70)^2}{2 \times 9{,}8} = 85{,}18 - 84{,}51 = 0{,}67$$

$$Q = V_3 A_3 = 40{,}70 \times 0{,}0001 = 0{,}00407\ m^3/s$$

$$z_3 - z_0 = 0{,}67\,m \Rightarrow z_{bomba} = 90 - 67 = 23\,cm$$

(bomba afogada) (0,7 pto)

c) Potência requerida para acionar a bomba ($\eta = 80\%$)

$$\dot{W}_{B,req} = \frac{\dot{W}_m}{\eta} = \frac{4{,}55}{0{,}80} = 5{,}69\,hp = 4244{,}74\,W$$

(0,3 pto)

d) Altura máxima que pode atingir o jato livre em relação a cota do reservatório aberto $(H_{3,4})$

$$H_3 - H_4 = 0 \Rightarrow \left(\frac{V_3^2}{2g} + \cancel{\frac{p_3}{\gamma}}^{0} + z_3\right) - \left(\cancel{\frac{V_4^2}{2g}}^{0} + \cancel{\frac{p_4}{\gamma}}^{0} + z_4\right) = 0$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_3 - z_4 = 0 \Longrightarrow z_4 - z_3 = \frac{V_1^2}{2g}$$

$$z_4 - z_3 = \frac{(40{,}70)^2}{2 \times 9.8} = 84{,}51\ m$$

$$h_{máx} = 84{,}51 + 0{,}67 = 85{,}18\ m \qquad (1{,}0\ pt)$$