

1ª Questão) Valor 3,0 pontos

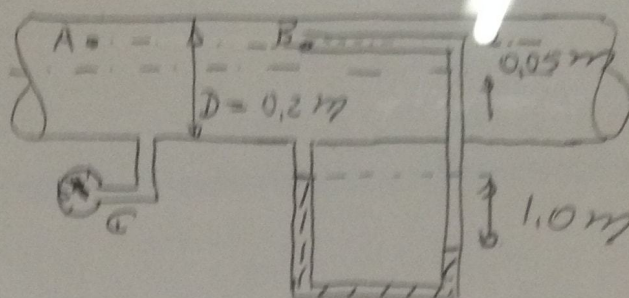
Dados:

$$\gamma_{H_2O} = 10.000 \text{ N/m}^3$$

$$\gamma_m = 28.700 \text{ N/m}^3$$

$$p_c = 20 \text{ kPa}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$



a) $a_s = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial s}$, onde $U = -gz$ (I)

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \vec{e}_s + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{V^2}{2} \right) \vec{e}_s + \frac{V^2}{R} \vec{e}_n \quad (\text{II})$$

$\vec{V} = V \vec{e}_s$

De (II) para escoamento permanente e ao longo de trajetória(s) (trajetória ou linha de corrente pl. esc. perm.)
trajetória(s): $a_s = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{V^2}{2} \right)$ (III)

Comparando equações (I) e (III):

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{V^2}{2} \right)$$

ou $\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{V^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{\partial U}{\partial s} = 0$

Como o escoamento é incompressível:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} - U \right) = 0$$

sendo $U = -gz \Rightarrow \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz \right) = 0$

$$\text{higrênica(s)}: a_s = \frac{d}{ds} \left(\frac{V^2}{2} \right) \quad (\text{III})$$

Comparando equações (I) e (III):

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial s} = \frac{d}{ds} \left(\frac{V^2}{2} \right)$$

ou
$$\frac{d}{ds} \left(\frac{V^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{\partial U}{\partial s} = 0$$

Como o escoamento é incompressível:

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} - U \right) = 0$$

sendo $U = -gz \Rightarrow \frac{d}{ds} \left(\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz \right) = 0$

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = \text{cte} \quad (\text{Eq. de Bernoulli}) \quad (0,5 \text{pto})$$

b) Bernoulli entre (A) e (B):

$$\frac{V_A^2}{2} + \frac{p_A}{\rho} + gz_A = \frac{V_B^2}{2} + \frac{p_B}{\rho} + gz_B \quad \left\{ \begin{array}{l} z_A = z_B \\ V_B = 0 \end{array} \right.$$

$$\frac{V_A^2}{2} = \frac{p_B - p_A}{\rho} \quad (\text{I})$$

Equação manométrica: $p_A + \gamma_m h = p_B + \gamma h$

$$\frac{p_B - p_A}{\gamma} = \left(\frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} \right) h \Rightarrow \frac{p_B - p_A}{\rho} = \frac{\gamma_m - \gamma}{\rho} h \quad (\text{II})$$

Iguando (I) e (II):

$$V_A = \sqrt{2 \frac{(\gamma_m - \gamma) h}{\rho}} = \sqrt{2 \frac{28700 - 10000}{1000} \times 1} = 6,12 \text{ m/s} \quad (0,5 \text{pto})$$

c) $p_B = p_0 - \gamma (0,2 - 0,05) = 20000 - 10000 (0,2 - 0,05)$
 $p_B = 18500 \text{ Pa (efênica)} \quad (0,5 \text{pto})$

$$p_B = 18500 + \frac{\rho V_A^2}{2} = 18500 + \frac{1}{2} \times 1000 \times (6,12)^2 = 18500 + 18700 = 37200 \text{ Pa}$$

d) $V = V_{\text{max}} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (\text{III})$ (pressão total) (0,5pt)

$\Rightarrow$ Perfil Parabólico $\Rightarrow$ escoamento laminar (0,5pto)

$$\frac{V_A^2}{2} + \frac{p_A}{\rho} + \gamma z_A = \frac{V_B^2}{2} + \frac{p_B}{\rho} + \gamma z_B \quad | \quad V_B = 0$$

$$\frac{V_A^2}{2} = \frac{p_B - p_A}{\rho} \quad (I)$$

Equação manométrica: $p_A + \gamma_m h = p_B + \gamma h$

$$\frac{p_B - p_A}{\gamma} = \left(\frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} \right) h \Rightarrow \frac{p_B - p_A}{\rho} = \frac{\gamma_m - \gamma}{\rho} h \quad (II)$$

Iguando (I) e (II):

$$V_A = \sqrt{2 \frac{(\gamma_m - \gamma) h}{\rho}} = \sqrt{2 \frac{28700 - 10000 \times 1}{1000}} = 6.12 \text{ m/s} \quad (0.5 \text{ pts})$$

c) $p_B = p_0 - \gamma (0.2 - 0.05) = 20000 - 10000 (0.2 - 0.05)$
 $p_B = 18500 \text{ Pa (efetiva)} \quad (0.5 \text{ pts})$

$$p_B = 18500 + \frac{\rho V_A^2}{2} = 18500 + \frac{1}{2} \times 1000 \times (6.12)^2 = 18500 + 18700 = 37200 \text{ Pa}$$

d) $V = V_{\text{máx}} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (III) \quad (\text{pressão total}) \quad (0.5 \text{ pts})$

$\Rightarrow$ Perfil parabólico $\Rightarrow$ escoamento laminar (0.5 pts)

Velocidade média:

$$V = \frac{1}{A} \int_A v \, dA = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R V_{\text{máx}} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) 2\pi r \, dr$$

$$V = \frac{2 V_{\text{máx}}}{R^2} \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2} \right]_0^R = \frac{2 V_{\text{máx}}}{R^2} \times \frac{R^2}{4} = \frac{V_{\text{máx}}}{2}$$

Aplicando a equação (III):

$$6.12 = V_{\text{máx}} \left[1 - \left(\frac{0.05}{0.1} \right)^2 \right] \Rightarrow V_{\text{máx}} = 8.15 \text{ m/s}$$

$$V = \frac{8.15}{2} = 4.08 \text{ m/s} \quad (0.5 \text{ pts})$$

2ª QUESTÃO

Desviador $\rightarrow$ Momento Máximo $\Rightarrow M_{\max} = 100 \text{ N}\cdot\text{m}$

$$F_{\max} b = M_{\max}$$

$$F_{\max} = \frac{M_{\max}}{b} = \frac{100}{1} = 100 \text{ N}$$

a) $V_j = ?$

Eq. Quantidade de Movimento: (jato na Atmosfera)

$$F_{\text{ext}} = \beta \dot{m} V \quad (\beta \approx 1)$$

$$100 = 1 \cdot \rho A V \cdot V$$

$$V^2 = 100$$

$$\boxed{V = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad (1,0)$$

b) $V_{\text{média tubulação}} \Rightarrow V_T = V$

$$V_T \cdot A_T = V_j \cdot A_j$$

$$V_T = 10 \cdot \frac{10}{20} \rightarrow$$

$$\boxed{V_T = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad (1,0)$$

c) $H_M = ?$

$$-12 + \frac{V_j^2}{2} = H_M - H_F$$

$$-12 + \frac{100}{2} = H_M - 0,2 \cdot 5^2$$

$$H_M = -7 + 5 = -2$$

$$\boxed{H_M = -2 \text{ m.c.a.}}$$

$\therefore$ M.H. é turbina

d) $W_m = W_{\text{eixo}} = \eta_{\text{TURB}} \cdot \rho \cdot Q \cdot H_M$

$$W_m = 0,8 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot (-2)$$

$$W_m = 160 \text{ W} \quad (0,5)$$

3ª QUESTÃO

Solução

a)

Como a calha é extensa, deve-se admitir que a velocidade na superfície da calha é desprezível. Aplica-se a equação da energia entre a superfície da calha e a saída do conduto.

$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 \right) - \left(\frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 \right) = \frac{w_a}{\rho g} - \frac{w_m}{\rho g}$$

$$4,2 - \frac{V^2}{2g} = \frac{w_a}{\rho g} = h_f \quad (1)$$

$$\text{Como } h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \text{ (eq. Darcy-Weisbach)} \quad (2)$$

Substitui-se h_f da eq. (2) na eq. (1) e resulta:

$$V^2 = \frac{2g \Delta z}{1 + f \frac{L}{D}} = \frac{2 \times 9,81 (4,2)}{1 + f (4,2/0,07)}$$

Assume-se $f \approx 0,02 \Rightarrow V = 6 \text{ m/s}$.

Resulta então $Re_D = \frac{\rho V D}{\mu} \approx 4,28 \times 10^5$

Do diagrama de Moody, c/ Re_D e duto liso, resulta:

$f_2 = 0,013$ e resulta $V_2 = 6,7 \text{ m/s}$. Reiterando-se

mais uma vez, chega-se a $V_2 = 6,77 \text{ m/s}$

$$\Rightarrow Q = V \frac{\pi D^2}{4} = \underline{0,026 \text{ m}^3/\text{s}}$$

b) Para chuva de $127 \text{ mm/h} = 0,000353 \text{ m/s}$ e a

$$\text{área de teto } A = \frac{Q}{V_{\text{chuva}}} = \frac{0,026}{0,000353} = \underline{\underline{740 \text{ m}^2}}$$