PME-2230-MECÂNICA DOS FLUIDOS I - 3ª. Prova – 27.11.2013. Duração: 100 min.

1ª.Questão (3,0 pontos)

Considere o campo de velocidades de um escoamento bidimensional em regime permanente, cujas linhas de corrente estão mostradas na figura abaixo, dado por: $\vec{v} = (0{,}5 + 0{,}8x)\vec{i} + (1{,}5 - 0{,}8y)\vec{j}$

Onde as coordenadas **x** e **y** estão em metros, o tempo em **s**, e a velocidade em **m/s**. Existe um ponto de estagnação em (-0,625, 1,875).

Determine as seguintes grandezas cinemáticas e apresente o significado físico de cada resultado:

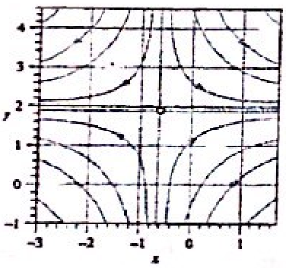
a) Velocidade de translação;
b) Taxa de rotação e a vorticidade. Verifique se o escoamento é irrotacional em todo o campo de escoamento.
c) Taxas de deformação linear e volumétrica. Verifique se este escoamento é incompressível.
d) Taxa de deformação angular.

Dadas: linear angular

$$d_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \omega_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad d_{12} = d_{21} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$d_{22} = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \omega_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad d_{13} = d_{31} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

$$d_{33} = \frac{\partial w}{\partial z} \qquad \omega_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) \qquad d_{23} = d_{32} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$



$\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{v}$ vetor vorticidade (rotacional de $\vec{v}$)

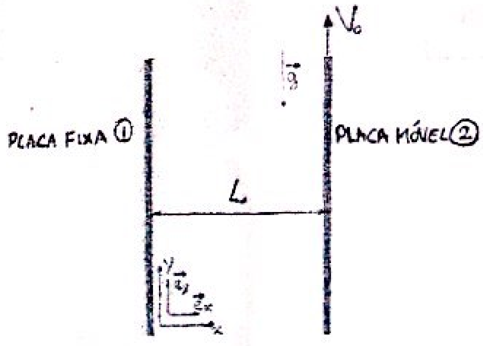
2ª Questão (3,5 pontos)

Considere o escoamento plano e em regime permanente de um fluido incompressível e newtoniano entre duas placas planas paralelas 1 e 2, como esquematizado na figura abaixo. A placa 1 está fixa e a placa 2 tem velocidade constante V_0. Pede-se:

a) as expressões das componentes da equação de Navier-Stokes nas direções x e y, justificando todas as hipóteses adotadas (1,2 ponto);
b) o perfil de velocidade, v_y, em função de μ, ρ, g, dp/dy, L e V_0 (1,5 ponto);
c) esquematize o perfil de velocidade v_y, indicando se é possível haver um valor de $0 < x < L$ para o qual $v_y = 0$ (0,8 ponto).

Dado:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v}$$



Generated by CamScanner

3ª. Questão (3,5 pontos)

Água de refrigeração é bombeada, de um reservatório de nível constante, para brocas de perfuração numa obra de construção, conforme o sistema esquematizado abaixo. A vazão de escoamento deve ser 38 L/s e a água deve sair do bocal com velocidade de 37 m/s.

Sendo L = 213 m o comprimento total da tubulação articulada com 15 juntas e de diâmetro constante D = 100 mm, no trecho de recalque (jusante da bomba) e desprezando-se o comprimento da tubulação no trecho de sucção (montante da bomba), pedem-se:

a) Determinar o coeficiente de perda de carga distribuída f para as condições do problema.
b) Determinar a pressão necessária na saída da bomba (em Pa) de modo a garantir o escoamento com a vazão constante mencionada acima.
c) Determinar a potência no eixo de entrada da bomba (em kW) admitindo-se rendimento de 70%.
d) Determinar a carga de pressão na entrada da bomba (em m) e verificar se ocorre cavitação, justificar a resposta.

Observações:
- A tubulação dispõe de 15 juntas ao longo do comprimento de recalque ($K_{s,\,junta} = 1$) e de uma válvula totalmente aberta ($K_{S,válvula} = 0{,}11$). Desprezar as demais perdas singulares.
- Desprezar a diferença de cotas entre a saída da bomba e o nível do reservatório.
- Desprezar o atrito no trecho de sucção da bomba.

Dados:

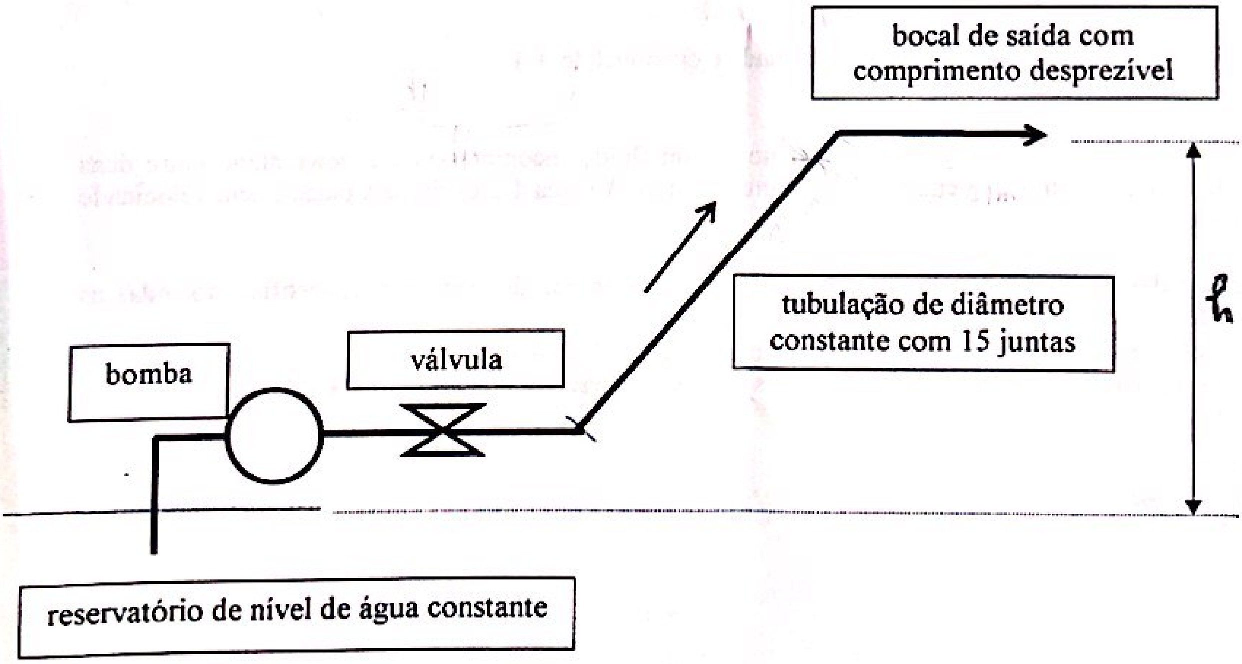
$\rho_{água} = 1000\ kg/m^3$	$\nu_{água} = 1 \times 10^{-6} m^2/s$	$g = 9{,}8\ m/s^2$
$Q = 38\ l/s$	$V = 37\ m/s$	$D = 100\ mm$
$h = 122\ m$	$\eta = 0{,}70$	$L = 213\ m$
$K_{s,junta} = 1{,}0$	$K_{s,válvula} = 0{,}11$	$\varepsilon = 1{,}5 \times 10^{-3} mm$

$(p_{vapor\ da\ água}/\gamma_{água})_{efetiva} = -10$ m

Formulário

$$h_f = f \frac{L}{D_H} \frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(0{,}27 \frac{e}{D_H} + \frac{2{,}51}{R_e \sqrt{f}}\right)$$



Generated by CamScanner

PME-2230-MECÂNICA DOS FLUIDOS I - 3ª. Prova [illegible]/11/2013. Duração: 100 min.

1ª Questão (3,0 pontos)

Considere o campo de velocidades de um escoamento bidimensional em regime permanente, cujas linhas de corrente estão mostradas na figura abaixo, dado por: $\vec{V} = (0,5 + 0,8x)\vec{i} + (1,5 - 0,8y)\vec{j}$

Onde as coordenadas x e y estão em metros, o tempo em s, e a velocidade em m/s. Existe um ponto de estagnação em (-0,625, 1,875).

Determine as seguintes grandezas cinemáticas e apresente o significado físico de cada resultado:

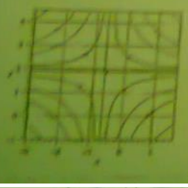
a) Velocidade de translação;
b) Taxa de rotação e a vorticidade. Verifique se o escoamento é irrotacional em todo o campo de escoamento.
c) Taxas de deformação linear e volumétrica. Verifique se este escoamento é incompressível.
d) Taxa de deformação angular.

Dadas:

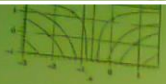
$$d_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \omega_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad d_{12} = d_{21} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$d_{22} = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \omega_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad d_{13} = d_{31} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

$$d_{33} = \frac{\partial w}{\partial z} \qquad \omega_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) \qquad d_{23} = d_{32} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$



$\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{V}$ vetor vorticidade (rotacional de $\vec{V}$)



$\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{V}$ vetor vorticidade (rotacional de $\vec{V}$)

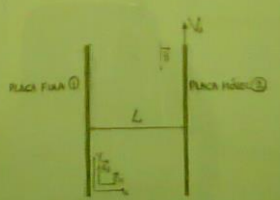
2ª Questão (3,5 pontos)

Considere o escoamento plano e em regime permanente de um fluido incompressível e newtoniano entre duas placas planas paralelas 1 e 2, como esquematizado na figura abaixo. A placa 1 está fixa e a placa 2 tem velocidade constante V_0. Pede-se:

a) as expressões das componentes da equação de Navier-Stokes nas direções x e y, justificando todas as hipóteses adotadas (1,2 ponto);
b) o perfil de velocidade, v_y, em função de μ, ρ, g, dp/dy, L e V_0 (1,5 ponto);
c) esquematize o perfil de velocidade v_y, indicando se é possível haver um valor de $0 < x < L$ para o qual $v_y = 0$ (0,8 ponto).

Dado:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v}$$



3ª. Questão (3,5 pontos)

Água de refrigeração é bombeada, de um reservatório de nível constante, para brocas de perfuração numa obra de construção, conforme o sistema esquematizado abaixo. A vazão de escoamento deve ser 38 L/s e a água deve sair do bocal com velocidade de 37 m/s.

Sendo L = 213 m o comprimento total da tubulação articulada com 15 juntas e de diâmetro constante D = 100 mm, no trecho de recalque (jusante da bomba) e desprezando-se o comprimento da tubulação no trecho de sucção (montante da bomba), pedem-se:

a) Determinar o coeficiente de perda de carga distribuída **f** para as condições do problema.
b) Determinar a pressão necessária na saída da bomba (em Pa) de modo a garantir o escoamento com a vazão constante mencionada acima.
c) Determinar a potência no eixo de entrada da bomba (em kW) admitindo-se rendimento de 70%.
d) Determinar a carga de pressão na entrada da bomba (em m) e verificar se ocorre cavitação, justificar a resposta.

Observações:

- A tubulação dispõe de 15 juntas ao longo do comprimento de recalque ($K_{s,\,junta} = 1$) e de uma válvula totalmente aberta ($K_{S,\,válvula} = 0,11$). Desprezar as demais perdas singulares.
- Desprezar a diferença de cotas entre a saída da bomba e o nível do reservatório.
- Desprezar o atrito no trecho de sucção da bomba.

Dados:

$\rho_{água} = 1000\ kg/m^3$	$\nu_{água} = 1 \times 10^{-6} m^2/s$	$g = 9,8\ m/s^2$
$Q = 38\ l/s$	$V = 37\ m/s$	$D = 100\ mm$
$h = 122\ m$	$\eta = 0,70$	$L = 213\ m$
$K_{s,\,junta} = 1,0$	$K_{s,\,válvula} = 0,11$	$\varepsilon = 1,5 \times 10^{-3} mm$

$(p_{vapor\ da\ água}/\gamma_{água})_{efetiva} = -10\ m$

Formulário

$$h_f = f \frac{L}{D_h} \frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(0,27\frac{e}{D_h} + \frac{2,51}{R_e\sqrt{f}}\right)$$

Dados:

$\rho_{água} = 1000\ kg/m^3$ $\nu_{água} = 1 \times 10^{-6} m^2/s$ $g = 9{,}8\ m/s^2$

$Q = 38\ l/s$ $V = 37\ m/s$ $D = 100\ mm$

$h = 122\ m$ $\eta = 0{,}70$ $L = 213\ m$

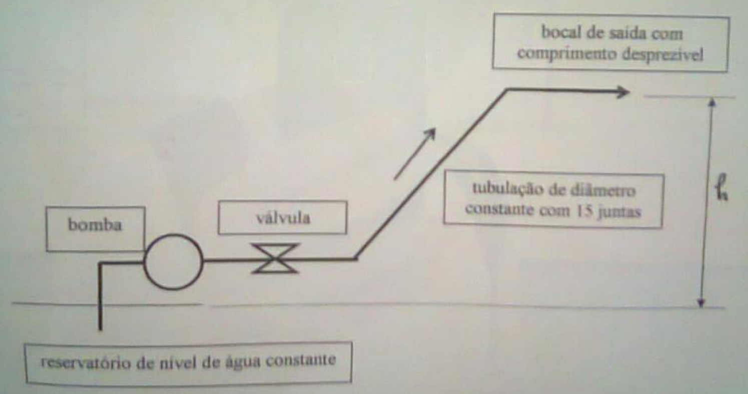
$K_{s,junta} = 1{,}0$ $K_{s,válvula} = 0{,}11$ $\varepsilon = 1{,}5 \times 10^{-3} mm$

$(p_{vapor\ da\ água}/\gamma_{água})_{efetiva} = -10\ m$

Formulário

$$h_f = f \frac{L}{D_h} \frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log\left(0{,}27 \frac{\varepsilon}{D_h} + \frac{2{,}51}{R_e \sqrt{f}}\right)$$



SOLUÇÃO 1ª QUESTÃO

HIP. Regime Permanente

Escoamento bidimensional (Plano)

$\vec{V} = \vec{V}(u, v)$ $\left\{ \begin{array}{l} w = 0 \\ u = u(x,y) \\ v = v(x,y) \end{array} \right.$

a) veloc. de translação (é o próprio vetor velocidade)

$\vec{V} = (u, v)$ $u = 0{,}5 + 0{,}8x$

$v = 1{,}5 - 0{,}8y$

b) Taxa de rotação é a velocidade angular

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2}\left(\cancel{\frac{\partial w}{\partial y}} - \cancel{\frac{\partial v}{\partial z}}\right)\vec{i} + \frac{1}{2}\left(\cancel{\frac{\partial u}{\partial z}} - \cancel{\frac{\partial w}{\partial x}}\right)\vec{j} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)\vec{k} =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)\vec{k} = \frac{1}{2}(0 - 0)\vec{k} = 0 \qquad \boxed{\vec{\omega} = 0}$$

VORTICIDADE $\vec{\xi} = 2\vec{\omega} = 0$

$\vec{\xi} = \nabla \times \vec{V} = 0$

significa que não há rotação das partículas

$\vec{\xi} = \nabla \times \vec{V} = 0$

significa que não há rotação das partículas de fluido enquanto elas se movimentam. O movimento é IRROTACIONAL, e se o fluido for invíscido, a carga (energia mecânica por unidade de peso do fluido) é constante em todo o campo de escoamento. O escoamento é POTENCIAL

c) Taxas de deformação linear e volumétrica

Componentes x, y e z das taxas de deformação linear

$d_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} = 0{,}8 \frac{1}{s}$ $d_{22} = \frac{\partial v}{\partial y} = -0{,}8 \frac{1}{s}$ $d_{33} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

Taxa de deformação volumétrica por unidade de volume $= \nabla \cdot \vec{V}$

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{1}{\forall} \frac{D\forall}{Dt} = d_{11} + d_{22} + d_{33} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = (0{,}8 - 0{,}8)$$

$\boxed{\nabla \cdot \vec{V} = 0}$

significa que as partículas fluidas

não mudam de volume no seu movimento (não expandem nem encolhem), o ESCOAMENTO é INCOMPRESSÍVEL, embora mudem de forma (alonga na direção x / encolhe na direção y)

d) Taxas de deformação angular tem componentes:

$$d_{12} = d_{21} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = \frac{1}{2}(0+0) = 0$$

$$d_{31} = d_{13} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) = 0$$

$$d_{23} = d_{32} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) = 0$$

significa que não há deformação de forma por tensões de cisalhamento no escoamento (retas que cruzam em 90° permanecem como 90°, durante o movimento da partícula.

P-3 Questão (2)

a) hipóteses consideradas.

- regime permanente $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0$
- movimento plano: $v_z = 0$
- fluido incompressível $\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$
- movimento entre placas planas paralelas

$$v_x = 0$$

$$\therefore \vec{v}_y = v_y(x,y)\,\vec{e}_y$$

$\longrightarrow$ e da continuidade $\frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \Rightarrow \vec{v}_y = v_y(x)$

$$v_x = 0$$

$$\therefore \vec{v}_y = v_y(x,y)\,\vec{e}_y$$

$\longrightarrow$ e da continuidade $\frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \Rightarrow \vec{v}_y = v_y$

$$\longrightarrow (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} = v_y \frac{\partial v_y(x)}{\partial y}\vec{e}_y = 0$$

$$\therefore \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} = 0$$

Assim, a equação de Navier-Stokes fica:

$$0 = \rho\vec{g} - \nabla p + \mu\nabla^2\vec{v}$$

Em x:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 + \mu\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}\right) = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \Longrightarrow p \text{ não depende de } x$$

Em y:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\rho g + \mu\left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \cancel{\frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2}}^{\,0} + \cancel{\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}}\right)$$

$$\mu \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} = \rho g + \frac{\partial p}{\partial y}$$

Como $v_y = v_y(x)$, $\frac{\partial p}{\partial y} = cte$

$$\therefore \mu \frac{d^2 v_y}{dx^2} = \rho g + \frac{dp}{dy} = K \text{ (constante)}$$

b)

Integrando:

$$v_y = \frac{1}{2\mu}\left(\rho g + \frac{dp}{dy}\right)x^2 + C_1 \frac{x}{\mu} + C_2$$

(02)

Condições de contorno:

para $x = 0$, $v_y = 0 \Longrightarrow C_2 = 0$

para $x = L$, $v_y = V_0 \Longrightarrow$

$$V_0 = \frac{L^2}{2\mu}\left(\rho g + \frac{dp}{dy}\right) + C_1 \frac{L}{\mu}$$

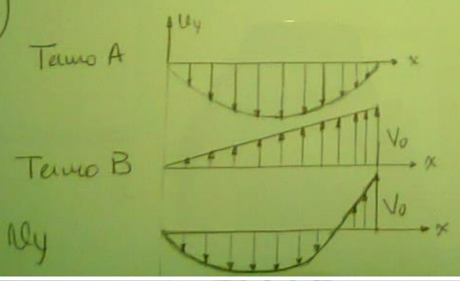
$$C_1 = \frac{\mu}{L}\left[V_0 - \frac{L^2}{2\mu}\left(\rho g + \frac{dp}{dy}\right)\right]$$

$$\therefore v_y = \frac{1}{2\mu}\left(\rho g + \frac{dp}{dy}\right)x^2 + \left[\frac{V_0}{L} - \frac{L}{2\mu}\left(\rho g + \frac{dp}{dy}\right)\right]x$$

$$\therefore\ u_y = \frac{1}{2\mu}\left(\rho g + \frac{dp}{dy}\right)x^2 + \left[\frac{V_0}{L} - \frac{L}{2\mu}\left(\rho g + \frac{dp}{dy}\right)\right]x$$

$$u_y = \underbrace{\frac{1}{2\mu}\left(\rho g + \frac{dp}{dy}\right)\left(x^2 - Lx\right)}_{A} + \underbrace{\frac{V_0}{L}x}_{B}$$

c)



(03)

5ª QUESTÃO [illegible]

a) Coeficiente de perda de carga distribuída f no conduto

$V_1 = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 38 \times 10^{-3}}{\pi \times (0,10)^2} = 4,84\,m/s$; $Re = \frac{V_1 \cdot D}{\nu} = \frac{4,84 \times 0,1}{10^{-6}} = 4,84 \times 10^5$

e $\frac{\varepsilon}{D} = \frac{1,5 \times 10^{-3}}{100} = 1,5 \times 10^{-5}$ { pelo diagrama de MOODY ⇒ $f = 0,014$; por interação $f = 0,0134$ (adotado)

(0,5)

b) Pressão necessária na saída da bomba → P_1

Aplicando a equação da energia entre a seção 1 (saída da bomba) e a seção 2 (saída do bocal):

$$H_1 - h_{f_{1-2}} - \sum h_s = H_2$$

$$\cancel{z_1} + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} - f\frac{L}{D}\frac{V_1^2}{2g} - 9{,}11\frac{V_1^2}{2g} - 15 \times 1 \times \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \cancel{\frac{P_2}{\gamma}} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}$$

$$\therefore\ P_1 = \gamma\left[(z_2 - z_1) + \left(f\frac{L}{D} + 15{,}11\right)\frac{V_1^2}{2g} + \left(\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g}\right)\right]$$

$$P_1 = 1.000 \times 9{,}8\left[(122) + \left(0{,}0134 \times \frac{213}{0{,}1} + 15{,}11 - 1\right)\cdot\frac{4{,}84^2}{2 \times 9{,}8} + \frac{37^2}{2 \times 9{,}8}\right] = 2.379.636\,P_a$$

(1,0)

c) Potência no eixo da bomba → W_{eixo}

Aplicando a equação da energia entre a seção 0 (nível da água no reservatório) e seção 1 (saída da bomba):

$$H_0 + \frac{W_B}{\gamma Q} = H_1 \Rightarrow \frac{W_B}{\gamma Q} = \left(\cancel{z_1} + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}\right) - \left(\cancel{z_0} + \cancel{\frac{P_0}{\gamma}} + \cancel{\frac{V_0^2}{2g}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_B = Q\left(p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2}\right) = 38 \times 10^{-3}\left(2379.636 + \frac{1000 \times 4{,}84^2}{2}\right) = 90.871{,}25\,W$$

$$\Rightarrow W_{eixo} = \frac{90.871{,}25}{0{,}70} = 129.816\,W \cong 129{,}80\,kW$$

(1,0)

d) Pressão na entrada da bomba e ocorrência de cavitação

Aplicando a equação da energia entre a seção e (entrada da bomba) e seção 1 (saída da bomba):

$$H_e + \frac{W_B}{\gamma Q} = H_1 \Rightarrow \frac{P_e}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} - \frac{W_B}{\gamma Q} \Rightarrow$$

$$\frac{P_e}{\gamma} = \frac{2379.636}{9.800} - \frac{90.871{,}25}{9.800 \times 38 \times 10^{-3}} = 242{,}82 - 244{,}02 = -1{,}20\,m > -10\,m$$

∴ não ocorre cavitação pois a pressão P_e na entrada da bomba é superior à pressão de vapor da água.

(1,0)