ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PROVA P2 DE PME 2230 - MECÂNICA DOS FLUIDOS I
16/10/2013 - Duração: 100 minutos

1ª Questão (3,5 pontos)

Um jato de água sai de um conduto horizontal de diâmetro 0,20 m e comprimento 400 m. A seção de descarga do jato, S_j, é 78,5 cm^2 e sua velocidade, V_j é 6,0 m/s. O conduto horizontal está conectado a um reservatório de grandes dimensões e a potência das forças de atrito no interior do conduto é 9,42 W/m de tubulação.

Pede-se:

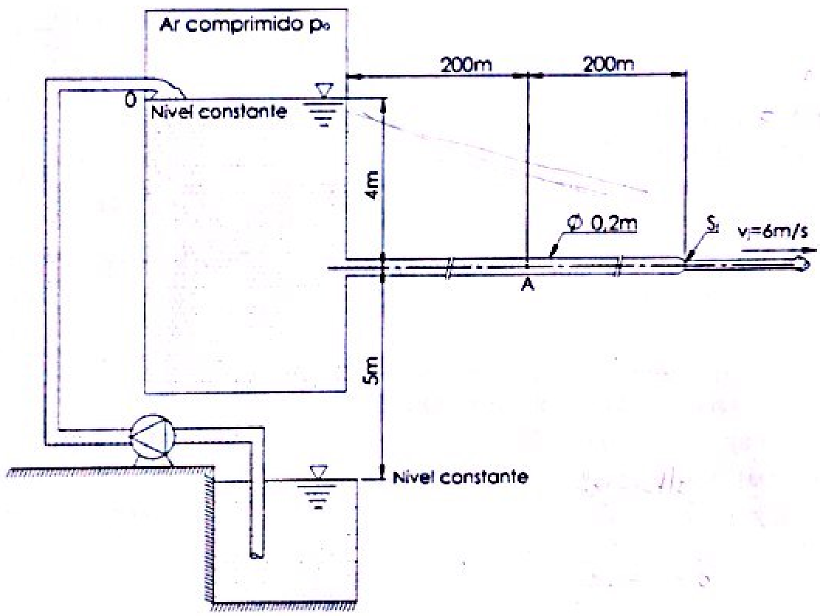
a) Determine a pressão efetiva do ar comprimido sobre a superfície da água do reservatório (1,0 ponto).

b) Determine a pressão efetiva no ponto A, situado no meio do conduto (1,0 ponto).

c) Determine a potência necessária para acionar a bomba que possui rendimento de 80% e que recalca água para o reservatório para manter seu nível constante, conforme mostrado na Figura. A perda de carga total nas tubulações ligadas à bomba é de 1,0 m (1,0 ponto).

d) Esquematizar as linhas piezométrica e de energia entre as seções 0 e j (descarga do jato), determinando suas cotas nestas seções (0 e j) (0,5 ponto).

$g=10\ m/s^2$; $\rho_{água} = 1000\ kg/m^3$



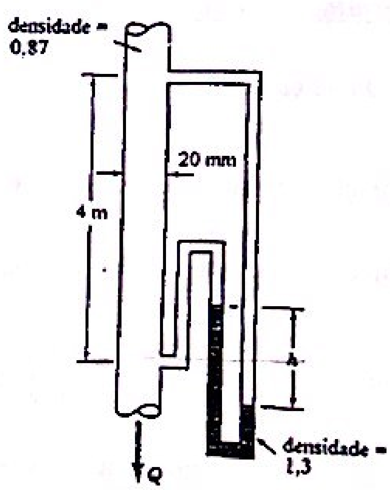
2ª Questão (3,0 pontos)

Óleo (densidade = 0,87 e ν = 2,2×10^{-4}m^2/s) escoa no tubo vertical mostrado na figura. A vazão volumétrica de óleo é 4×10^{-4}m^3/s.

a) Determine a leitura do manômetro **h**.

b) Qual seria a vazão e o sentido do escoamento que proporcionaria **h** = 0 m? Justifique.

$g=10\ m/s^2$; $\rho_{água} = 1000\ kg/m^3$ (referência para densidade)



3ª.Questão (3,5 pontos)

Na instalação da figura água é lançada num desviador através de um bocal cujo jato tem seção S_1 = 20 cm^2, com vazão de 10 L/s.

O desviador acha-se firmemente ligado a um reservatório de base quadrada de lado = 50 cm, e apoia-se na plataforma de uma balança.

Pedem-se

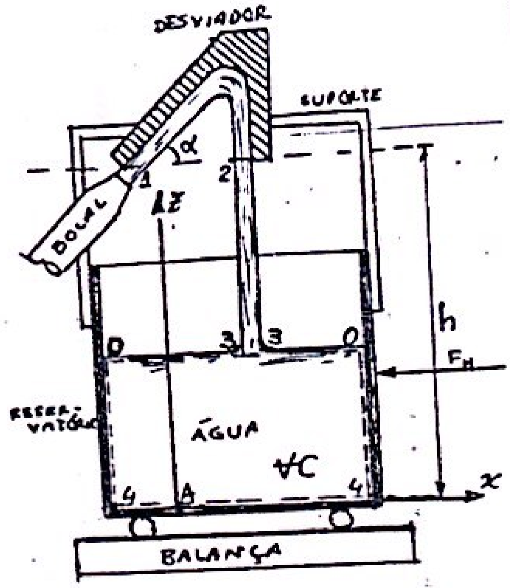
a) Expressões literais da equação da quantidade de movimento que se aplicam ao trecho (1-2) do jato desviado e ao Volume de Controle entre as seções 0-0 e 4-4 que contém água do reservatório. (0,6 ponto).

b) Cálculo de V_1 e V_2 (0,3 ponto), bem como de V_3 na entrada da superfície livre 0-0 (0,3 ponto)

c) Componentes vertical e horizontal da força que o jato (entre as seções 1 e 2) exerce sobre o desviador. (1,0 ponto).

d) Força que o jato exerce sobre o volume de controle entre as seções 0-0 e 4-4 ao tocar a superfície livre 0-0. Esta é a superfície livre 10 s após o início do escoamento. (Sugestão: usar a equação obtida para $\forall C$ do item "a") (0,5 ponto).

e) Considerando a força que o jato (1-2-3) exerce sobre o conjunto reservatório/desviador, determinar a força horizontal (F_H)a ser aplicada para mantê-lo em equilíbrio (0,4 pto), e o valor da força indicado pela balança no instante t = 10 s. (0,4 pontos).



Notas:

- desprezar qualquer atrito e ação da gravidade sobre o jato desviado (entre as seções 1 e 2)
- desprezar a resistência do ar e atrito no jato vertical entre as seções 2 e 3
- considerar $\beta \cong 1{,}0$
- condição inicial: reservatório vazio

Dados:

- peso do conjunto reservatório e desviador: 2000 N
- peso específico da água: γ = 10.000 N/m^3
- viscosidade cinemática da água: ν = 10-6 m^2/s
- g = 10 m/s^2 ; h = 1,2 m
- ângulo $\alpha = 45^o$.

Formulário Geral:

Perda de carga distribuída: $h_L = f\dfrac{L}{D}\dfrac{\overline{V}^2}{2g}$ $\qquad f_{lam} = \dfrac{64}{Re}$ $\qquad p = p_0 + \rho \cdot g \cdot \Delta z$

Equação da energia em termos de carga: $H_e - H_s = \Delta H_{e\text{-}s} - H_m$

Equação da carga em seção de escoamento: $H_1 = \left(\dfrac{p_1}{\gamma} + \dfrac{\alpha_1 \overline{V}_1^2}{2g} + z_1\right)$

Equação da continuidade: $\dfrac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \rho d\forall + \int_{SC} \rho.\vec{v}.\vec{n}dA = 0$

Equação da Quantidade de movimento: $\dfrac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \vec{v}\cdot\rho d\forall + \int_{SC} \vec{v}\cdot\rho.\vec{v}.\vec{n}dA = \sum \vec{F}_{EXT}$

PME-2230 P2 1ºQ

Q1 - P2

Hipóteses: - reservatório de grandes dimensões
- regime permanente
- $\alpha = 1,0$ nas seções do conduto horizontal

a) Eq. da Energia entre as seções 0 e j

$$\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = H_0 - H_j$$

$$H_0 = \frac{p_0}{\gamma} + \cancel{\frac{V_0^2}{2g}} + z_0$$

$$H_j = \cancel{\frac{p_j}{\gamma}} + \frac{V_j^2}{2g} + \cancel{z_j}$$

$$\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = \left(\frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \frac{V_j^2}{2g}$$

$Q = S_j \cdot V_j = 0,0471\ m^3/s$

$\dot{W}_a = 9,42\ W/m \cdot 400\ m = 3768$

$$\frac{p_0}{10^4 \frac{N}{m^3}} + 4,0\ m - \frac{36\ m^2/s^2}{20\ \frac{m}{s^2}} = \frac{3768}{471}$$

$p_0 = 5,8 \cdot 10^4\ Pa$

b) Eq. da Energia entre A e j

$$\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = H_A - H_j = \left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + \cancel{z_A}\right) - \left(\cancel{\frac{p_j}{\gamma}} + \frac{V_j^2}{2g} + \cancel{z_j}\right)$$

PME-2230 P2 1ºQ

$V_A S_A = V_j S_j$

$$V_A = V_j \frac{S_j}{S_A} = 6,0\ m/s \frac{78 \cdot 10^{-4}\ m^2}{\pi (0,2)^2\ m^2}$$

b) Eq. ...

$$\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = H_A - H_j = \left(\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A\right) - \left(\frac{P_j}{\gamma} + \frac{V_j^2}{2g} + z_j\right)$$

PME-2230 P2 1ª Q

$$V_A S_A = V_j S_j$$

$$V_A = V_j \frac{S_j}{S_A} = 6{,}0\,m/s \frac{78 \cdot 10^{-4}\,m^2}{\pi \frac{(0{,}2)^2}{4} m^2}$$

$$V_A = 1{,}5\,m/s$$

$$\dot{W}_a = 9{,}42\,W/m \cdot 200\,m = 1884\,W$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = \frac{1884\,W}{471\,N/s} + 1{,}8 - \frac{1{,}5^2 (m/s)^2}{20\,m/s^2} = 5{,}7\,m$$

$$\boxed{P_A = 5{,}7 \cdot 10^4\,Pa}$$

c) $\frac{\dot{W}_B}{\gamma Q} - \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = H_0 - H_e$ } Eq. da Energia entre o reservatório inferior (seção e) e a seção 0

$\dot{W}_B/\gamma Q = H_0 - H_e + \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}$ com $H_e = -5\,m$

$H_0 = \frac{P_0}{\gamma} + z_0 = 9{,}8\,m$

$\dot{W}_B/\gamma Q = 9{,}8 + 5{,}0 + 1{,}0 = 15{,}8\,m$ $\quad \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = 1{,}0\,m$

$\dot{W}_B = 15{,}8\,m \cdot 10^4 \frac{N}{m^3} \cdot 0{,}0471 \frac{m^3}{s} = 7442\,W$

$\dot{W}_B/\eta = 9302\,W$

d) Linhas piezométrica e de energia

P2 1ª Q

$H_0 = 9{,}8\,m$

$$\boxed{p_A = 5{,}7 \cdot 10^4\,Pa}$$

c) $\frac{\dot{W}_B}{\gamma Q} - \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = H_0 - H_e$ } Eq. da Energia entre o reservatório inferior (seção e) e a seção 0

$\dot{W}_B/\gamma Q = H_0 - H_e + \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}$ com $H_e = -5\,m$

$H_0 = \frac{p_0}{\gamma} + z_0 = 9{,}8\,m$

$\dot{W}_B/\gamma Q = 9{,}8 + 5{,}0 + 1{,}0 = 15{,}8\,m$ $\quad \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = 1{,}0\,m$

$\dot{W}_B = 15{,}8\,m \cdot 10^4 \frac{N}{m^3} \cdot 0{,}0471 \frac{m^3}{s} = 7[illegible]\,W$

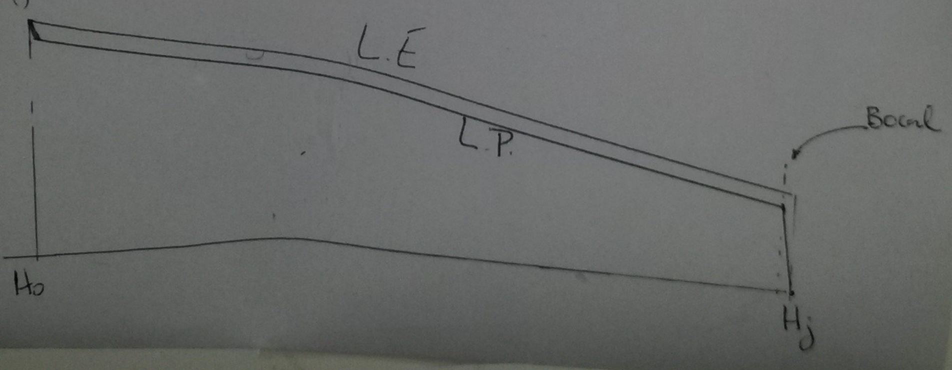
$\dot{W}_B/\eta = 93021$

d) Linhas piezométrica e de energia

P2 1º E

$H_0 = 9{,}8\,m$

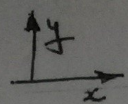
$H_j = 1{,}8\,m$



①

PME 2230 P2

3ª Questão



a) Expressão literal

$$\vec{G}+\vec{R} = \phi_1\vec{n_1} + \phi_2\vec{n_2}$$

$$\vec{R} = M(V_1\vec{n_1} + V_2\vec{n_2})$$

No Jato:

$$\phi_i = p_i S_i + \beta_i M_i V_i$$

$$\vec{G} \cong 0$$

$$\beta \cong 1$$

$$S_{JATO} = cte$$

$$\therefore M = cte \Rightarrow V_1 = V_2$$

ou

nas direções

$$x \Rightarrow R_x = -\phi_1\cos\alpha = -M_1V_1\cos\alpha$$

$$= -\rho Q V_1 \cos\alpha$$

$$y \Rightarrow R_y = -\phi_1 \operatorname{sen}\alpha - \phi_2$$

$$R_y = -\rho Q V_1 \operatorname{sen}\alpha - \rho Q V_2 = -\rho Q(V_1\operatorname{sen}\alpha + V_2)$$

$$R_y = -\rho Q V(\operatorname{sen}\alpha + 1)$$

No Reservatório:

$$R_x = 0$$

$$R_y = (MV_3 + \gamma \forall)$$

b) Eq. Energia: $H_1 = H_2 = H_3$

$$H_1 = H_2 \Rightarrow V_1 = V_2 = \frac{Q}{S_1} = 5\,m/s$$

$$H_3 = H_2$$

$$\frac{V_3^2}{2g} + y_3 = \frac{V_2^2}{2g} + y_2$$

$$V_3 = 6{,}4\,m/s$$

Cálculo de y_3 após 10s:

$$Q \cdot \Delta t = \forall_{água} = 10^{-1}\,m^3$$

$$\forall_{água} = 0{,}5 \times 0{,}5 \times y_3 \Rightarrow y_3 = 0{,}4\,m$$

$$\left.\begin{array}{l} y_2 = 1{,}2\,m \\ y_3 = 0{,}4\,m \end{array}\right\} V_3 = 6{,}4\,m/s$$

c) Em $\vec{e_x}$

$$R_x = -MV\cos\alpha = -\rho Q V\cos\alpha = -35{,}35\,N$$

* Sobre o Desviador $\Rightarrow R'_x = 35{,}35\,N$

Em $\vec{e_y}$:

$$R_y = -\rho Q V(1 + \operatorname{sen}\alpha) = -85{,}35\,N$$

*Sobre o desviador: $R'_y = 85{,}35\,N$

②

3ª Q. PME 2230 P2

$R_y = -\rho Q V\ (1+\text{sen}\,\alpha) = -85{,}35\,N$

*Sobre o desviador : $R'_y = 85{,}35\,N$

3ª Q Pme-2230 Pa

d) Ação no Reservatório :

$R_x = 0$

$R_y = \rho Q V_3 + \rho g \forall = 1064{,}3\ N$

Sobre o Reservatório : $R'_y = -1064{,}03\,N$

e) Ação conjunta :

Horizontal (em x) $\Rightarrow$ $\vec{R_x} = -35{,}35\ N\ \vec{e_x}$

Vertical (em y) $\Rightarrow$ $R'_y = (85{,}35 - 1064{,}03)\ \vec{e_y}$

$R'_y = -978{,}68\,\vec{e_y}$

Peso na Balança : Peso : $-(2000 + 978{,}68)\ \vec{e_y}$

$\boxed{-2978{,}68\ \vec{e_y}}$

PMG-2230 P2

2ª Questão (3,0 pontos) – Solução

a) Verificando o regime de escoamento, usando $Q = \bar{V}A = \bar{V}\pi D^2/4$:

$$Re = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D \nu} = \frac{4 \times 4 \times 10^{-4}}{\pi \times 0{,}020 \times 2{,}2 \times 10^{-4}} = 115{,}7 < 2100 \quad \Rightarrow \quad \text{laminar.}$$

0,5 pontos

Eq. energia entre as tomadas de pressão superior (seção 1) e inferior (seção 2), admitindo escoamento plenamente desenvolvido e chamando o peso específico do óleo de γ_o:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma_o} + \cancel{\frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g}} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma_o} + \cancel{\frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g}} + z_2\right) = f\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g} = \frac{64}{Re}\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g} = 32\frac{\nu}{\cancel{\bar{V}}D}\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^{\cancel{2}}}{g}$$

$$\frac{(p_1 - p_2)}{\gamma_o} + (z_1 - z_2) = \frac{32L\nu}{D^2 g}\bar{V} = \frac{128L\nu}{\pi D^4 g}Q = 8{,}96\ \text{m} \quad /0{,}5 \text{ p/ } h_L$$

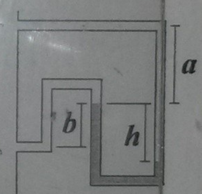
Isolando $(p_1 - p_2)$:

$$(p_1 - p_2) = \frac{128L\nu\gamma_o}{\pi D^4 g}Q - (z_1 - z_2)\gamma_o$$

1,0 ponto

Aplicando a Lei de Stevin ao manômetro, chamando o peso específico do fluido manométrico de γ_m:

$$p_1 - p_2 = -(a + h)\gamma_o + h\gamma_m - b\gamma_o$$
$$p_1 - p_2 = -(a + b)\gamma_o + h(\gamma_m - \gamma_o)$$
$$p_1 - p_2 = -(z_1 - z_2)\gamma_o + h(\gamma_m - \gamma_o)$$



0,5 ponto

Substituindo na eq. da energia:

$$\cancel{-(z_1 - z_2)\gamma_o} + h(\gamma_m - \gamma_o) = \frac{128L\nu\gamma_o}{\pi D^4 g}Q \cancel{- (z_1 - z_2)\gamma_o}$$

Isolando h:

$$h = \frac{128L\nu}{\pi D^4 g}\frac{\gamma_o}{(\gamma_m - \gamma_o)}Q \qquad (1)$$

Substituindo os valores numéricos:

$$h = \frac{128 \times 4 \times 2{,}2 \times 10^{-4}}{\pi \times 0{,}020^4 \times 10} \times \frac{0{,}87}{(1{,}3 - 0{,}87)} \times 4 \times 10^{-4} = 18{,}14\,\text{m}$$

0,5 ponto

---

b) Substituindo $h = 0$ na eq. (1), concluímos que $Q = 0$.

0,5 ponto