

COPIADORA ATLETICA

# COLETÂNEA DE PROVAS

DISCIPLINA: MEC FLU .

PROVA: 3<sup>a</sup> .



**1ª. Questão (3,5 pontos)**

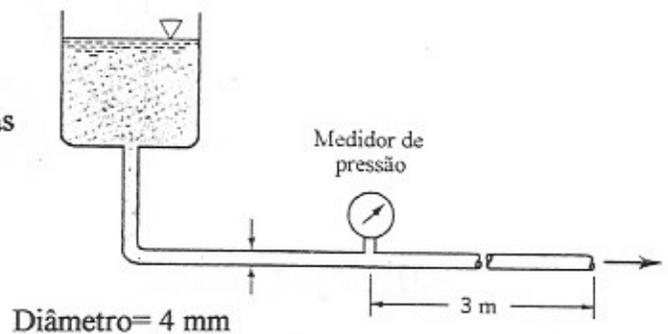
O arranjo experimental mostrado na figura abaixo pode ser utilizado para estudar escoamentos em regime permanente em condutos. O líquido contido no reservatório apresenta uma viscosidade dinâmica igual a  $0,015 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$  e massa específica igual a  $1200 \text{ kg}/\text{m}^3$ . A velocidade média do escoamento no conduto é de  $2,0 \text{ m/s}$  e o escoamento é descarregado para a atmosfera.

Pede-se:

- Verifique que o regime de escoamento no conduto será laminar (0,5 ponto);
- Admitindo-se que o escoamento é plenamente desenvolvido no trecho da tubulação à jusante do manômetro, estime qual será a leitura do manômetro (1,5 pontos);
- Estime a tensão de cisalhamento  $\tau_{rz} = \mu \left( \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)$  na região com escoamento plenamente desenvolvido (0,8 ponto).
- Estime a força tangencial resultante exercida pelo escoamento no trecho de tubulação acima referido (0,7 ponto).

Sugestão: Utilize a solução exata das equações de Navier-Stokes para escoamento laminar em regime permanente em condutos circulares cilíndricos de Hagen-Poiseuille, em coordenadas

cilíndricas: 
$$v_z = \frac{1}{4\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right) (r^2 - R^2)$$



**2ª. Questão (3,5 pontos)**

O formato de uma bolha de gás elevando-se em um líquido em repouso é controlado pelo diâmetro  $d$  (a bolha inicia o movimento ascendente na forma esférica), pela viscosidade cinemática  $\nu$ , pela tensão superficial  $\sigma$ , pela massa específica  $\rho$  e pela gravidade  $g$ .

- Adotando-se como base dimensional as grandezas  $[\rho, g, \sigma]$ , obter os monômios adimensionais  $\pi_1[\rho, g, \sigma, d]$  e  $\pi_2[\rho, g, \sigma, \nu]$  que controlam o fenômeno (1,5 pts.).

O adimensional  $\pi_1$  elevado ao quadrado é conhecido como *número de Eötvös*  $Eo$ , e o adimensional  $\pi_2$  elevado à quarta potência como *número de Morton*  $Mo$ .

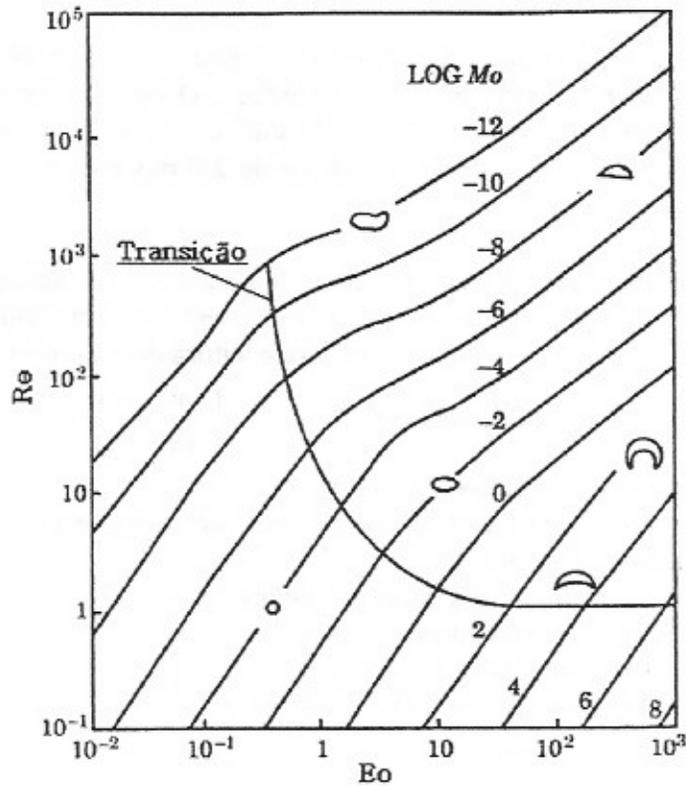
- Enunciar a relação de forças expressa nesses adimensionais (0,5 pts.).

Para a água a  $20^\circ\text{C}$ ,  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\sigma = 7,2 \times 10^{-2} \text{ kg}/\text{s}^2$ , e  $\rho = 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$ .

- Obter  $Mo$  para a água a  $20^\circ\text{C}$ , adotando-se  $g = 10 \text{ m}/\text{s}^2$  (0,5 pts.).

Uma vez a bolha tendo sido liberada, o sistema responde com uma certa velocidade de ascensão  $U(Eo, Mo)$ , a qual poderá ser adimensionalizada na forma de: *número de Reynolds*  $Re$ , *número de Weber*  $We$ , ou *Coefficiente de Arrasto*  $Ca$ . A figura abaixo mostra o resultado de um estudo realizado com água para determinar  $Re(Mo, Eo)$ . Esta figura fornece  $Re \times Eo$  tendo  $\log Mo$  como parâmetro. Indica-se na figura a transição para formatos não-esféricos da bolha.

d) Com base nesta figura, obter a velocidade limitrofe de ascensão da bolha em água no formato esférico  $U_l$ , e o respectivo diâmetro limitrofe  $d_l$ , (1,0 pts.).



**3ª. Questão (3.0 pontos)**

Um balão cheio de hélio com diâmetro de 0,61m, mostrado na figura abaixo, é utilizado como indicador da velocidade do vento. O peso específico do hélio é de  $1,73 \text{ N/m}^3$ , o peso do material do balão é  $0,89 \text{ N}$  e o do cabo de ancoragem é desprezível. Desenvolva uma equação do ângulo  $\theta$  em função da velocidade do vento  $U$  e o coeficiente de arrasto  $C_D = C_D(\text{Re})$ . (2,0 pontos)

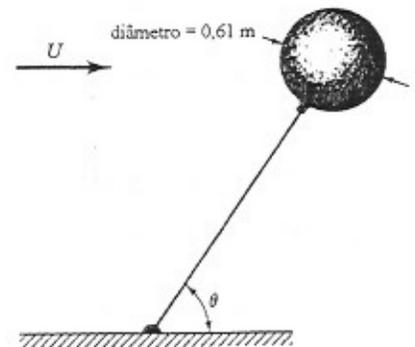
Observa-se que este dispositivo funciona bem somente para a faixa de velocidades de 1 a 82 km/h. Explique porque. (1,0 ponto).

Dados.: Volume da esfera =  $\frac{4}{3} \pi R^3$

Massa específica do ar  $\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$

Viscosidade dinâmica do ar  $\mu = 1,79 \cdot 10^{-5} \text{ N.s/m}^2$

Aceleração da gravidade  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$



$$F = C_D \cdot \left( \frac{\rho V^2}{2} \right) A$$

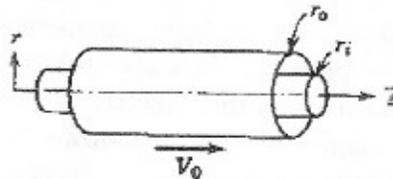
**3ª Prova de PME-2230-Mecânica dos Fluidos I**  
**08/12/2003**

Nome: Gabriel Severino da Silva Júnior No. USP: 3632776

**1ª. Questão (3.0 pts).** Considere o escoamento laminar, completamente desenvolvido, no espaço anular entre dois dutos concêntricos e com seção transversal circular (vide figura abaixo). O duto interno é estacionário. O duto externo move-se na direção axial com velocidade  $V_0 = 15 \text{ mm/s}$ . Supor como zero o gradiente de pressão axial.

Pede-se: a) Obter o valor da tensão de cisalhamento na parede do cilindro interno ( $r=r_i$ ) e na parede do cilindro externo ( $r=r_o$ ). (1,5 pts.); b) Obter uma expressão para o campo de velocidades em função da coordenada  $r$ . (1,5 pts.).

Dados:  $\rho_{\text{fluido}} = 800 \text{ kg/m}^3$ ;  $\nu_{\text{fluido}} = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $r_o = 100 \text{ mm}$ ;  $r_i = 50 \text{ mm}$ .



Formulário:

Componente  $z$  da velocidade, Equações de Navier-Stokes para fluido com viscosidade constante:

$$\cancel{\frac{\partial v_z}{\partial t}} + v_r \cancel{\frac{\partial v_z}{\partial r}} + \frac{v_\theta}{r} \cancel{\frac{\partial v_z}{\partial \theta}} + v_z \cancel{\frac{\partial v_z}{\partial z}} = g_z - \cancel{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}} + \frac{\mu}{\rho} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right\}$$

**2ª. Questão (3,0 pontos):** Um avião arrasta um “banner” (bandeira ou faixa de propaganda), que tem uma altura de  $b=0,8 \text{ m}$  e comprimento de  $\ell=25 \text{ m}$ , a uma velocidade de  $150 \text{ km/h}$ . Se o coeficiente de arrasto baseado na área  $b \cdot \ell$  para ambas as faces do “banner” é de  $C_D = 0,06$ , determine a potência requerida para arrastar o “banner”. Compare a força de arrasto sobre o “banner” com aquela que seria obtida se representássemos o “banner” como uma placa plana rígida de mesma dimensão. Qual das forças de arrasto é maior e explique porque isto ocorre.

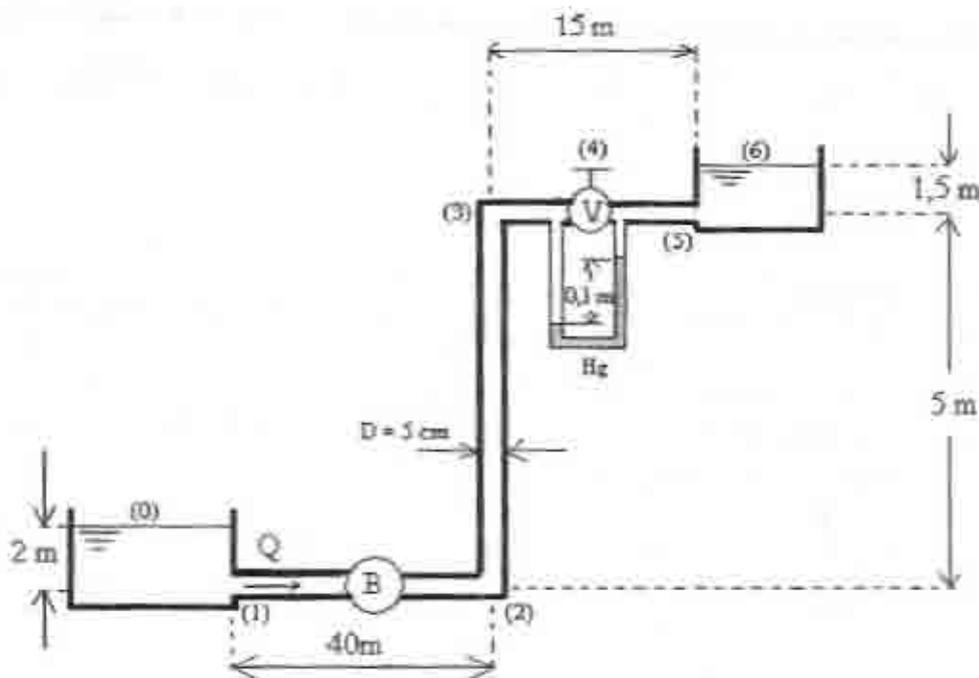
O coeficiente de arrasto médio sobre placa plana para escoamento turbulento pode ser calculado pela seguinte equação empírica:  $C_D = \frac{0,455}{(\log R_{e,\ell})^{2,58}}$ . São dadas as propriedades do ar:  $\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$  e  $\nu = 1,46 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

### 3ª QUESTÃO (4,0 pontos)

No projeto da instalação da figura temos, entre os reservatórios (0) e (6), uma bomba (B) e uma válvula (V). A tubulação tem diâmetro constante  $D=5\text{cm}$  com rugosidade  $\epsilon=0,5\text{mm}$ . Água ( $\gamma=10000\text{N/m}^3$ ,  $\mu=0,001\text{N.s/m}^2$ ) é bombeada do reservatório (0) para o reservatório (6) com vazão  $0,006\text{ m}^3/\text{s}$ . Temos na válvula um manômetro diferencial com mercúrio ( $\gamma_{\text{Hg}}=136000\text{N/m}^3$ ) apresentando um desnível entre os meniscos de  $0,1\text{ m}$ . Os coeficientes de perda de carga singular são  $ks_1=0,5$  (passagem do reservatório para a tubulação),  $ks_2=ks_3=0,3$  (curvas) e  $ks_5=1,0$  (passagem da tubulação para o reservatório). Pergunta-se:

- Qual a perda de carga singular na válvula? Qual o seu coeficiente de perda de carga singular  $ks_4$ ? (0,5 ponto)
- Qual o valor da perda de carga distribuída na tubulação? (0,5 ponto)
- Qual o valor da perda de carga singular total, ou seja, somando as perdas de todas as singularidades? (0,5 ponto)
- Qual o comprimento  $L_{\text{equivalente}}$  de tubo reto que tem uma perda de carga igual à soma das perdas de carga singulares da tubulação, nas condições de operação? (0,5 ponto)
- Qual a carga manométrica  $H_m$  da bomba? (1,0 ponto)
- Imagine que se deseja limitar a carga manométrica da bomba a um valor que é 50% do valor calculado no item anterior, mantendo a mesma vazão. Representando as perdas singulares por um comprimento equivalente com o mesmo valor do calculado no item (d), estime qual deveria ser o novo valor do diâmetro interno da tubulação. (1,0 ponto)

Dados:  $g=10\text{ m/s}^2$      $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( 0,27 \frac{\epsilon}{D} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right)$      $h_s = ks \frac{V^2}{2g}$      $h_f = f \frac{L V^2}{D 2g}$



$$\textcircled{1} \quad \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \nu \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\mu}{\rho} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = 0 \quad d \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = 0 \, dr \quad \text{integrando em } r \Rightarrow r \frac{\partial v_z}{\partial r} = C_1$$

$$\Rightarrow dv_z = \frac{C_1}{r} dr \quad \text{integrando no } r \Rightarrow v_z = C_1 \ln r + C_2$$

$$r = r_i; v_z = 0$$

$$0 = C_1 \ln r_i + C_2$$

$$C_2 = -C_1 \ln r_i$$

$$r = r_0; v_z = 0,015$$

$$0,015 = C_1 \ln r_0 - C_1 \ln r_i$$

$$C_1 = 0,015 \ln \frac{r_i}{r_0}$$

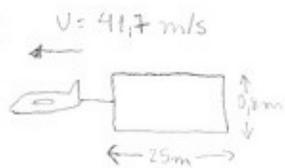
$$C_2 = -0,015 \ln \frac{r_i}{r_0}$$

a) Tensão  $\tau = \mu \frac{\partial v_z}{\partial r} = \tau \cdot \rho \cdot \frac{C_1}{r} = \begin{cases} \tau = \tau \cdot \rho \cdot 0,015 \ln \frac{r_i}{r_0} \cdot \frac{1}{r} \Big|_{r=r_0} = -8,3 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}^2 \\ \tau = \tau \cdot \rho \cdot 0,015 \ln \frac{r_i}{r_0} \cdot \frac{1}{r} \Big|_{r=r_i} = -1,7 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}^2 \end{cases}$

b)  $v_z = 0,015 \ln \frac{r_i}{r_0} \cdot \ln r - 0,015 \ln \frac{r_i}{r_0} \cdot \ln r_i$

$$v_z = \left( 0,015 \ln \frac{r_i}{r_0} \right) \cdot \left( \ln \frac{r}{r_i} \right)$$

2)



$$C_D = 0,06$$

$$F_x = \frac{1}{2} \rho U^2 \cdot A \cdot C_D = \frac{1}{2} \cdot 1,23 \cdot (41,7)^2 \cdot (0,8 \cdot 25) \cdot 0,06$$

$$F_x = 1283,3 \text{ N}$$

$$Pot = F_x \cdot U = 1283,3 \cdot 41,7 = 53513,6 \text{ W}$$

Para a placa rígida:

$$Re_{pl} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{U L}{\nu} = \frac{41,7 \cdot 25}{1,46 \cdot 10^{-5}}$$

$$C_D = \frac{0,455}{(\log Re_{pl})^{2,58}} = 0,0022$$

$$F_x' = \frac{1}{2} \cdot 1,23 \cdot (41,7)^2 \cdot 0,8 \cdot 25 \cdot 0,0022 = 47 \text{ N}$$

A força de arrasto sobre o banner é muito maior do que a força de arrasto da placa rígida pois na placa rígida o arrasto de pressão e arrasto são desprezíveis, levando em conta apenas o arrasto de forma.

③ a) Eq. manométrica  $P_A + \gamma h = P_B + \gamma_{\text{óleo}} h$   $P_A = P_B + h (\gamma_{\text{óleo}} - \gamma)$

$H_B = H_A - H_{\text{pendas}}$   $\frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\gamma} + z_B = \frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\gamma} + z_A - H_{\text{pendas}}$   $H_{\text{pendas}} = \frac{P_A - P_B}{\gamma} = \frac{h (\gamma_{\text{óleo}} - \gamma)}{\gamma}$

$H_{\text{pendas}} = \frac{0,1 (136000 - 10000)}{10000} = 1,26 \text{ m}$   $6 \cdot 10^3 = \frac{V_{\text{máx}} (0,05)^2}{4} V = 3,06 \text{ m/s}$

$H_s = K_{S_1} \frac{V^2}{2g}$   $K_{S_1} = H_s \cdot \frac{2g}{V^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot D^4}{16} = 1,26 \cdot \frac{20}{(6 \cdot 10^3)^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^4}{16} \Rightarrow K_{S_1} = 2,7$

b)  $h_f = \sum f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$   $Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1000 \cdot 3,06 \cdot 0,05}{0,001} = 153000 = 1,53 \cdot 10^5$   
 $\therefore f = 0,038$   
 $\frac{E}{D} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-2}} = 0,01$

$h_f = 0,038 \cdot \frac{(40 + 5 + 15)}{5 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{(3,06)^2}{20} = 21,35 \text{ m}$

c)  $h_s = \sum K_s \cdot \frac{V^2}{2g} = (0,5 + 2 \cdot 0,3 + 2,7 + 1) \cdot \frac{(3,06)^2}{20} = 2,25 \text{ m}$

d)  $f \cdot \frac{L_{\text{equivalente}}}{D} \frac{V^2}{2g} = 2,25$   $0,038 \cdot \frac{L_{\text{equivalente}}}{5 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{(3,06)^2}{20} = 2,25$   $L_{\text{equivalente}} = 6,32 \text{ m}$

e)  $H_B - H_A = H_m - h_f - h_s$   
 $6,5 - 2 = H_m - 21,35 - 2,25$   $H_m = 28,1 \text{ m}$

f)  $L_{\text{TOTAL}} = 60 + 6,32 = 66,32 \text{ m}$

$6,5 - 2 = 0,5 \cdot 28,1 - 0,038 \cdot \frac{66,32}{D} \cdot \frac{(3,06)^2}{20}$   $D = 0,123 \text{ m}$

### 3ª PROVA DE MECÂNICA DOS FLUIDOS I - PME 2230 - 27/11/2002

**1ª Questão: ( 4,0 pontos )**

A água contida num tanque de grandes dimensões escoa por uma tubulação e bocal. Uma placa de diâmetro 0,2 m desvia o jato em 90°, num escoamento axissimétrico. O jato sustenta a placa numa cota fixa. As perdas de carga a montante da seção A-A são iguais a  $1,12 V_a^2/2g$  e do bocal são  $0,6 V_b^2/2g$ .

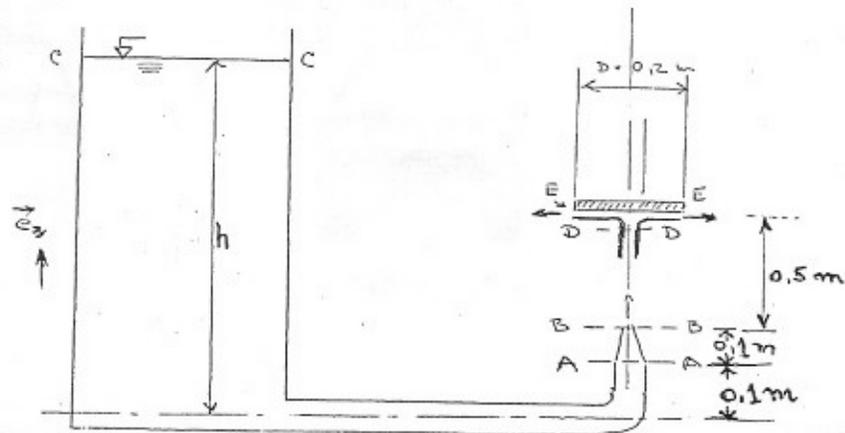
Sabe-se que:  $D_a=0,071\text{ m}$       $D_b=0,030\text{ m}$       $R=D/2=0,1\text{ m}$

Pede-se:

- 1.1) Listar hipóteses, traçar LE e LP; ( 1,0 ponto )
- 1.2) Determinar qual altura  $h$  necessária para vazão atingir  $0,01\text{ m}^3/\text{s}$ ; ( 1,0 ponto )
- ✗ 1.3) Empregando a equação da quantidade de movimento, qual é o peso em N de uma placa que é sustentada pelo jato de água? ( 1,0 ponto )
- ✗ 1.4) Medições experimentais indicaram uma distribuição de pressões na placa como :

$$p=500*(r/R)^2 - 1000*(r/R) + 500 \quad (\text{em kPa})$$

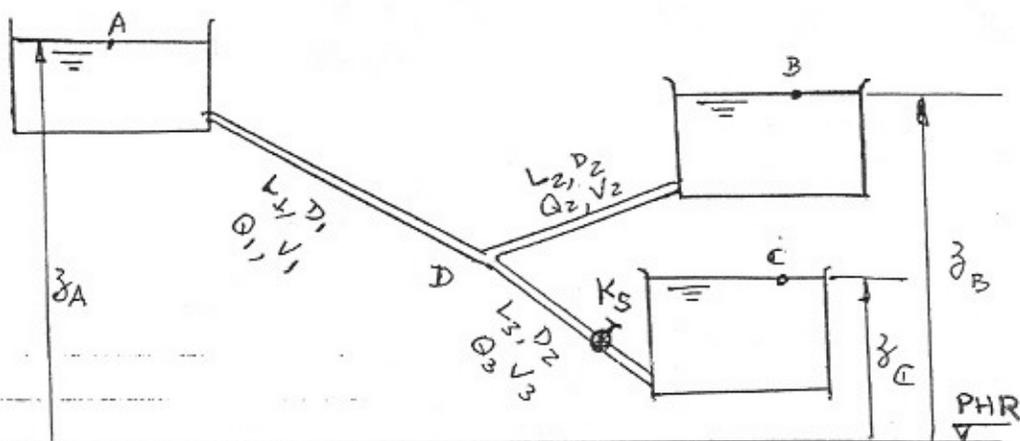
Que diferenças estas medições indicam em relação a seu cálculo da parte 1.2), compare os valores obtidos? Explique quais são as possíveis razões destas diferenças. ( 1,0 ponto )



**2ª Questão ( 3,5 pontos )**

Na instalação da figura, água escoa de um reservatório A por um conduto de diâmetro  $D_1 = 120\text{ mm}$  e comprimento  $L_1 = 120\text{ m}$  até uma junção D. A partir desta junção o escoamento se divide e um conduto de diâmetro  $D_2 = 75\text{ mm}$  e comprimento  $L_2 = 60\text{ m}$ , leva água para o reservatório B no qual o nível de água está a 16 m abaixo daquele do reservatório A. Um terceiro conduto, de diâmetro  $D_3 = 60\text{ mm}$  e comprimento  $L_3 = 40\text{ m}$ , conduz a água de D para o reservatório C, no qual o nível de água está 24 m abaixo daquele do reservatório A. Considerando-se que o coeficiente de perda de carga distribuída em todos os condutos é  $f = 0,04$  e desprezando-se as perdas de carga singulares exceto aquela introduzida pela válvula instalada no conduto 3 (que liga D com C), pedem-se:

- 2.1) Escrever as equações de energia aplicáveis aos escoamentos de A para B e de A para C, em função de  $V_1, V_2, V_3$ , e  $K_S$  da válvula. ( 2,0 pontos )
- 2.2) Escrever a equação da continuidade aplicável à junção D, em função de  $V_1, V_2, V_3$ . ( 0,5 ponto )
- ✗ 2.3) A válvula no conduto 3 é usada para controlar as vazões para os reservatórios B e C. Determinar o seu coeficiente de perda de carga singular para que a vazão para o reservatório C seja igual a  $Q_3 = 0,0101\text{ m}^3/\text{s}$ . ( 1,0 ponto )



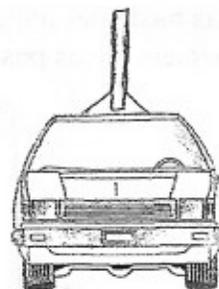
**3ª Questão ( 2,5 pontos )**

Um carro tem área frontal de  $10,5 \text{ m}^2$  e coeficiente de arrasto  $0,41$ . Desprezando outras forças além da resistência do ar, calcule a potência necessária para conduzi-lo a  $90 \text{ km/h}$  em ar com massa específica  $\rho=1,1 \text{ kg/m}^3$  em cada um dos casos a) e b) abaixo:

- O carro transporta um letreiro retangular de  $1,82 \text{ m} \times 0,91 \text{ m}$  disposto transversalmente em relação à carroceria ( 0,8 ponto ). Considere que nesse caso o coeficiente de arrasto do letreiro é  $1,2$ .
- O carro transporta o mesmo letreiro disposto longitudinalmente em relação à carroceria ( 0,8 ponto ). Considere que nesse caso o coeficiente de arrasto do letreiro é  $0,01$ .
- Explique porque existe a discrepância nos valores de coeficientes de arrasto do letreiro entre a disposição transversal na carroceria e a disposição longitudinal. Enfoque a importância relativa das parcelas do arrasto devido à distribuição de tensões de cisalhamento e devido à distribuição de pressões (0,9 ponto).



SITUAÇÃO "a"



SITUAÇÃO "b"

**LEMBRE-SE:**

- Identifique cada folha do cadernos de provas preenchendo o carimbo e colocando no topo desta primeira página o número da questão que está resolvendo nesta folha.
- Faça cada questão em uma folha do caderno de provas.
- Inicie a solução de cada questão nas página interna de cada folha, deixando a 1ª página somente com a identificação.

**Formulário:**

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{sistema}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \eta dV + \int_{SC} \eta \vec{v} \times \vec{n} dS \qquad \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{v} \times \vec{n} dS = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \left(\frac{v^2}{2g}\right) \gamma dV + \int_{SC} \left(\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z\right) \gamma \vec{v} \times \vec{n} dS = W_m - W_a \qquad \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{v} \rho dV + \int_{SC} \vec{v} \rho \vec{v} \times \vec{n} dS = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$$

$$F_D = C_D S \frac{\rho V^2}{2} \qquad F_L = C_L S \frac{\rho V^2}{2} \qquad h_f = f \frac{L}{D_H} \frac{V^2}{2g} \qquad h_s = k_s \frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 * \log \left( \frac{0,27 * \epsilon}{D_H} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

Nome: GABARITO

Nº USP: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_

Questão (2,0 pts.)

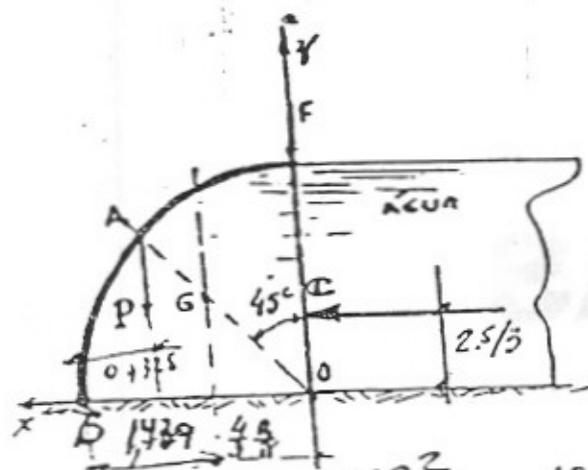
Uma comporta figurada tem a forma de  $\frac{1}{4}$  de circunferência de  $R = 2,5\text{m}$  e uma largura (normal à figura)  $b = 3\text{m}$ . O peso, uniformemente distribuído, tem resultante igual a  $20\text{kN}$  aplicada em A. Sendo G o centro de gravidade

do quarto de círculo com  $x_G = \frac{4}{3} \frac{R}{\pi}$ , determinar:

a) a componente horizontal, em módulo e sentido, do empuxo exercido pela água ( $\gamma = 10\text{kN/m}^3$ ) sobre a comporta (0,3 pts.) e sua linha de aplicação (0,2 pts.);

b) a componente vertical, em módulo e sentido, desse mesmo empuxo (0,3 pts.) e sua linha de aplicação (0,2 pts.);

c) a força F suficiente para evitar que a comporta se abra. (1,0 pts.)



1.1 -  $E_x = \frac{\gamma R^2}{2} b = \frac{10000 \times 2.5^2}{2} \times 3 = 93750 \text{ N}$  (0,3)  
 SENTIDO DE  $\vec{e}_x$

$x_G = \frac{2.5}{3} = 0.833 \text{ m}$  (0,2)

1.2 -  $E_z = \gamma \frac{\pi R^2}{4} \times b = 10000 \times \frac{\pi}{4} \times 2.5 \times 3 = 147262.2 \text{ N}$  (0,3)  
 $x_G = 1.061 \text{ m}$  (0,2)

1.3 - Momentos em relação a B

$$F \cdot R + P (R - R \sin \alpha) - E_z (R - \frac{4R}{3}) - E_x \frac{R}{3} = 0$$

$$F = 147262.2 (1 - 0.4244) + \frac{93750}{3} - 20000 (1 - 0.707)$$

$$F = 84764.1 + 31250 - 5860 = 110.154 \text{ N}$$
 (1,0)

2ª Questão (1,0 pto.)

Se o campo de velocidades de um escoamento é dado por  $\vec{v} = (x^2 - y^2)\vec{e}_x - 2xy\vec{e}_y$ , calcular  $\phi$  no ponto  $P(x,y)$  sabendo-se que  $\phi(0,0) = 0$  (1,0 pto.)

$$\begin{aligned}v_x &= x^2 - y^2 & v_y &= -2xy \\ \int d\phi = \phi - \phi_0 &= \int_{P_0}^P v_x dx + v_y dy = \\ &= \int_0^P v_y dy + \int_{P_0}^P v_x dx = 0 + \int_0^x (x^2 - y^2) dx\end{aligned}$$

$$\boxed{\phi = \frac{x^3}{3} - y^2 x} \quad (1,0)$$

3ª Questão (2,0 pontos)

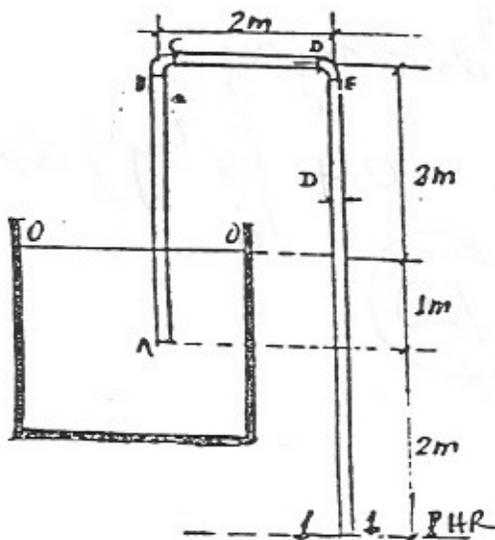
O sifão figurado, de diâmetro  $D = 0,1\text{m}$  e rugosidade  $(k = 2,5 \times 10^{-4}\text{m})$ , descarrega água  $(\gamma = \frac{10\text{kN}}{\text{m}^3}, \nu = 10^{-6}\text{m}^2/\text{s})$  na atmosfera. Pedem-se:

3.1- Embora o coeficiente de perda de carga distribuída  $f$  seja dado ( $f = 0,025$ ), qual é o procedimento normal para se determiná-lo? (0,4 pts.)

3.2- Determinar a velocidade do escoamento. (0,8 pts.)

3.3- Determinar a seção da tubulação onde a pressão atinge o seu menor valor (0,3 pts.). Qual é esse valor? (0,5 pts.)

Dados:  $g = 10\text{m/s}^2$   $k_{a,1} = k_{a,2} = k_{a,3} = 0,5$



$$3.1 - H_0 - H_1 = \left( \frac{v^2}{2g} \right)_{0,1} = (h_f)_{0,1} + \sum k_{a,i}$$

$$H_0 = 3\text{m}$$

$$H_1 = \frac{v^2}{2g}$$

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

$$\sum k_{a,i} = 1,5 \frac{v^2}{2g}$$

$$3 - \frac{v^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} + 1,5 \frac{v^2}{2g}$$

$$3 = \left( 2,5 + f \frac{L}{D} \right) \frac{v^2}{2g} \quad \text{com } L = 10\text{m}$$

$$f = f\left(Re, \frac{D}{k}\right) \quad \frac{D}{k} = \frac{0,1}{2,5 \times 10^{-4}} = 2500$$

(4)

Calcular  $f$  por tentativas  
 usando o Abaco de Moody  
 ou Moody-Rouse, ou pela  
 fórmula correspondente (de Colebrook)

(3.2) No caso:

$$3 = \left( 2.5 + \frac{0.025 \times 10}{0.1} \right) \frac{V^2}{20}$$

$$V^2 = \frac{60}{5} = 12 \quad \wedge \quad V = 3.464 \text{ m/s} \quad (0.8)$$

(3.3) Menor pressão se  
 obtém na rede  $\epsilon$  (0.3)

$$H_E = H_0 - (0.5 + 0.5 + 0.5) \frac{V^2}{20} - \frac{0.025 \times 5}{0.1} \frac{V^2}{29}$$

$$H_E = 3 - 0.9 - 0.75 = 1.35 \text{ m}$$

$$H_E = \frac{V^2}{2g} + \frac{p_E}{\gamma} + z_E = 0.6 + \frac{p_E}{\gamma} + 5 = 1.35$$

$$p_E = -\gamma (4.25) = -42500 \text{ N/m}^2 \quad (0.5)$$

3º TESTE DE MECÂNICA DOS FLUIDOS V - PMC-227

22/11/95

NOME:

Nº USP:

TURMA: ~~14~~ 14

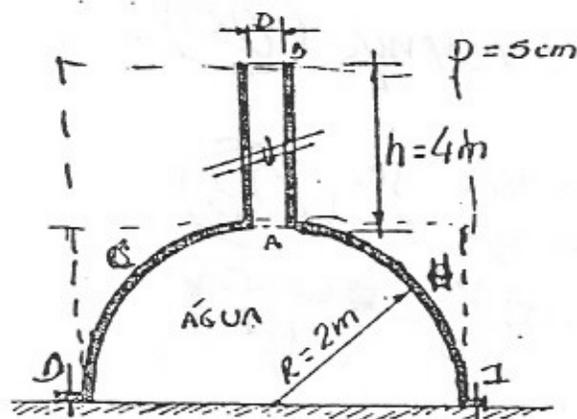
1ª Questão: (1,2 ptos.)

O domo semisférico da figura pesa 30kN e é cheio com água. Calcular a força  $F$  que fica sujeito cada um dos 6 parafusos igualmente distribuídos, que sustentam o domo no lugar, nos casos:

1.1- nível de água em A (0,8 pt.);

1.2- nível de água em B (0,4 pt.).

$\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$



1.1- EMPUXXO = PESO DO LÍQUIDO QUE REPOUSA SOBRE A SUPERFÍCIE DO CÔNICO:

$$E_1 = \left( \pi R^2 \cdot R - \frac{4}{3} \pi R^3 \right) \gamma = \frac{\gamma \pi R^3}{3} = 83776 \text{ N}$$

$$6F = \frac{\gamma \pi R^3}{3} - 30000 = 53776 \text{ N} \quad \left\{ F = 8963 \text{ N} \right.$$

1.2- EMPUXXO PARA CIMA:

$$E_2 = \gamma \pi R^2 \cdot (h + R) = \frac{\gamma \pi R^3}{3} + 4 \gamma \pi R^2 + \frac{8 \pi R^3}{3}$$

$$= 502655 + 83776 = 586431 \text{ N}$$

$$6F = 586431 - 30000 = 556431$$

$$F = 92738 \text{ N}$$

2ª Questão (1,8 pts)

2.1- Dar a forma da equaç. a quantidade de movimento aplicável ao bocal, em cotovelo da figura, onde escoa água ( $\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$ ) (0,5 pts.)

2.2- Se a componente, segundo  $Oy$ , da força  $R$  sobre o flange, devida à ação da água vale  $R'_y = -500 \text{ N}$  determinar:

2.2.1- Velocidade  $V_2$  (0,5 pts.)

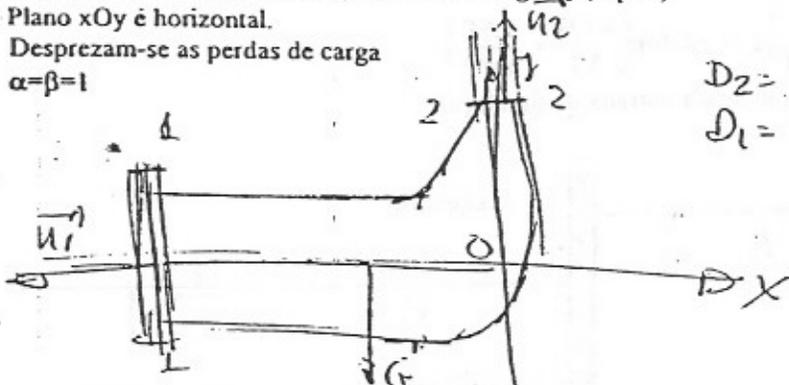
2.2.2- Pressão  $p_1$  (0,3 pts.)

2.2.3- Componente  $R_x$  da ação da água sobre o flange (0,5 pts.)

Notas: Plano  $xOy$  é horizontal.

Desprezam-se as perdas de carga

$\alpha = \beta = 1$



$$D_2 = 75 \text{ mm}$$

$$D_1 = 150 \text{ mm}$$

$$2.1 - \vec{R} + \vec{G} = \phi_L \vec{v}_1 + \phi \vec{v}_2$$

$$\phi_1 = \rho_1 S_1 + \beta_1 M V_1 = \rho_1 S_1 + \rho Q V_1 = \rho_1 S_1 + \rho v_1 S_1$$

$$\phi = \rho_2 S_2 + \beta_2 M V_2 = \rho Q V_2$$

$$R'_y = -R_y = 500 \text{ N}$$

$$R_x = -\phi_1 = -R_x \quad R_y = +\phi_2 = \rho Q V_2 = \rho V_2^2 S_2 = 500$$

$$V_2^2 = \frac{500 \times 4}{1000 \times \pi \times 0,075^2} = 113,17 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} V_2 = 10,64 \text{ m/s} \end{array} \right.$$

$$V_1 = \frac{V_2}{4} = 2,66 \text{ m/s}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 = 5,66 \text{ m}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = 5,66 - 0,35 = \left\{ \begin{array}{l} p_1 = 53100 \text{ N/m}^2 \end{array} \right.$$

$$R_x = 53.100 \times 17,671 \text{ m}^3 + 1000 \times 2,66^2 \times 17,671 \text{ m}^3$$

$$= 938,3 + 125,0 = 1063,3 \text{ N}$$

3ª Questão (2,0 ptos.)

Dois reservatórios de grandes dimensões A e B estão interligados por uma tubulação de  $L = 10 \text{ m}$ ,  $D = 10 \text{ cm}$  e  $K = 0,1 \text{ mm}$ .

- Qual a vazão veiculada na tubulação? (1,0 pto.)
- Qual a pressão no ponto M, na metade da tubulação? (1,0 pto.)

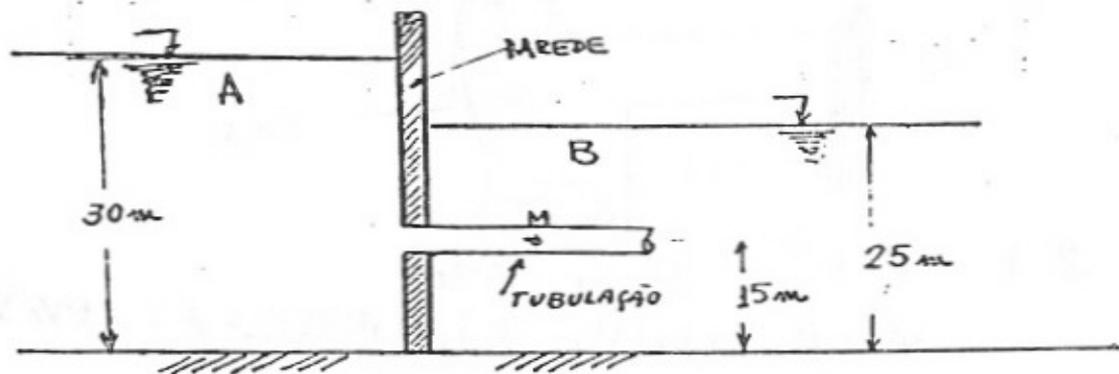
Dados:

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\text{COLEBROOK: } \frac{1}{f^{0.5}} = -2 \log \left( \frac{k/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} f^{0.5}} \right)$$

Desprezar perda singular na entrada da tubulação.



### 3º TESTE DE MECÂNICA DOS FLUIDOS V PMC-227 21/11/95

NOME: GABARITO

Nº USP:

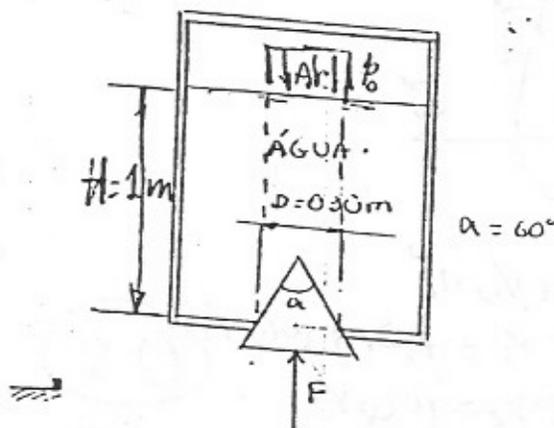
TURMA:

1ª Questão (1,2 pts.)

Um furo de 0,3 m de diâmetro no fundo do tanque da figura é fechado por um bujão cônico de 60°. Desprezando-se o peso do bujão, qual a força F requerida para manter o bujão no lugar, nos casos

1.1-  $p_{ar} = p_{atm}$  (0,8 pts.);

1.2-  $(p_{ar})_{cf} = 20 \text{ kN/m}^2$  (0,4 pts.).



1.1  $F_1 =$  peso do líquido que repousa sobre o cone



$$F_1 = \frac{\gamma \pi D^2}{4} \left( H - \frac{h}{3} \right) = \frac{\pi \cdot 0.3^2}{4} \left( 1 - \frac{0.26}{3} \right) 10^4 = 646 \text{ N}$$

$$h = 0.30 \times 0.866 = 0.26$$

1.2  $F_2 = F_1 + \frac{\pi D^2}{4} p_c = 646 + 0.070656 \times 20.000 = 2060 \text{ N}$

2ª Questão (1,8 ptos.)

2.1- Dar a forma da equação da quantidade de movimento aplicável ao bocal, em cotovelo, da figura, onde escoia água ( $\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$ ) que sai, a atmosfera, com  $V_2 = 10 \text{ m/s}$  (0,5 pto.)

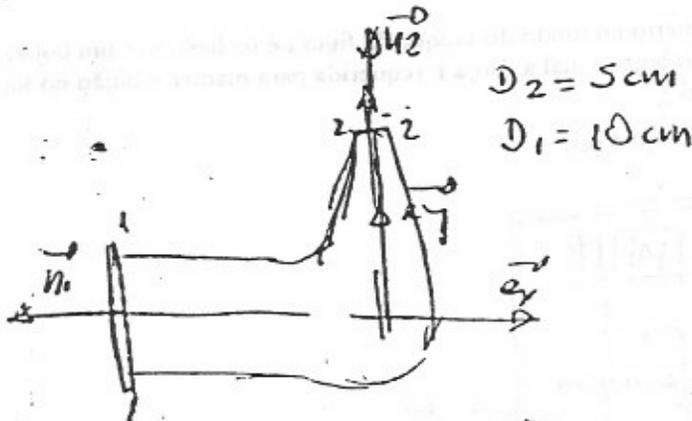
2.2- Calcular a vazão (0,2 pto.) e a pressão  $p_1$  (0,3 pto.)

2.3- Calcular as componentes, segundo  $Ox$  e  $Oy$ , da força que atua no flange 1-1, devidas à ação da água (0,8 ptos.)

Notas: Plano  $xOy$  é horizontal.

Desprezam-se as perda de carga

$\alpha = \beta = 1$ .



$$2.1 \quad \vec{R} + \vec{G} = \phi_1 \vec{n}_1 + \phi_2 \vec{n}_2$$

$$\phi_1 = p_1 S_1 + \beta_1 M V_1 = p_1 S_1 + \rho Q V_1 \quad (0.5)$$

$$\phi_2 = \frac{p_2}{\gamma} S_2 + \beta_2 M V_2 = \rho Q V_2$$

$$2.2 \quad Q = V_2 S_2 = \frac{V_2 \pi D_2^2}{4} = 0.0196 \text{ m}^3/\text{s} \quad (0.2)$$

$$H_1 = H_2 \quad \therefore V_2 = 10 \text{ m/s} \quad V_1 = v = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = 2.5 \text{ m/s} \quad (0.3)$$

$$\frac{2.5^2}{20} + \frac{V_1}{\gamma} + \frac{z_1}{\beta_1} = \frac{V_2^2}{20} + \frac{V_2}{\gamma} + \frac{z_2}{\beta_2} = 5 \quad \left\{ \begin{array}{l} p = \sqrt{5 - 0.31} = 4.69 \times 10^3 \\ p = 46.9 \text{ kN/m}^2 = 4.69 \text{ N/cm}^2 \end{array} \right.$$

$$2.3 \quad R_x = -\phi_1 = -(\rho Q V_1 + p_1 S_1) = -(10^3 \times 0.0196 \times 2.5 + 46.9 \times 10^3 \times \frac{\pi \times 10^2}{4})$$

$$R_y = \phi_2 = \rho Q V_2 = 10^3 \times 0.0196 \times 10 = 196 \text{ N} \quad (0.4) \quad (0.4)$$

$$R'_x = 417.1 \text{ N} \quad R'_y = -196 \text{ N}$$

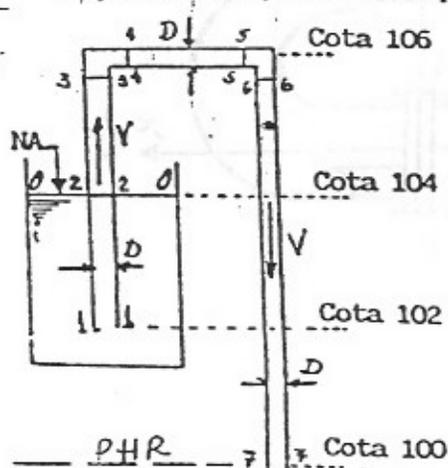
Nome: Daniel P.C. MendesNº USP 3624971

Turma: \_\_\_\_\_

1ª Questão: (2,0 Ptos.)

Dado o sifão da figura, determinar:

- carga total média em 0-0 (0.2 pts.) e carga total; média em 7-7 (em função de  $V$ ) (0.2 pts.)
- perda de carga singular total (0.3 pts.) e perda de carga total distribuída (0.3 pts.), ambas em função de  $V$ .
- velocidade  $V$  (0.6 pts.)
- pressão na secção 6-6, onde a pressão é mínima (0.4 pts.)



$$L_{4,5} = 2\text{m}$$

$$f = 0.02 \text{ (coeficiente de perda de carga distribuída)}$$

$$g = 10\text{m/s}^2$$

$$D = 5\text{ cm}$$

$$k_{s1} = 3 \text{ (coeficiente de perda de carga singular)}$$

$$k_{s34} = k_{s55} = 1$$

$$\gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$$

Nota: considerar que as secções 3-3 e 6-6 possam ser consideradas aproximadamente à mesma cota 106.

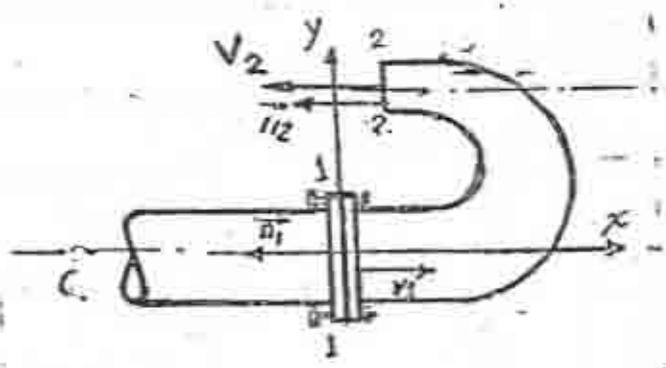
2ª Questão: (2,0 pts.)

A curva horizontal da figura é presa à tubulação por meio dos parafusos do flange. A água sai pela seção 2-2 na forma de um jato livre na atmosfera. Determinar:

- velocidades  $V_1$  e  $V_2$  (0,4 pts) e pressão  $p_1$  (0,3 pts.)
- expressão literal da equação da quantidade de movimento a ser aplicada à curva (0,5 pts.)
- força horizontal que os parafusos precisam exercer para manter a curva presa (0,8 pts.)

Dados:  $Q=30 \text{ l/s}$ ,  $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$ ,  $D_1 = 10 \text{ cm}$ ,  $D_2 = 5 \text{ cm}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; perda de carga desprezível;  $\beta_1 = \beta_2 = 1$

$Q = \frac{V}{s} = \frac{V_1 \cdot A_1}{s}$   
 $30 = \frac{V_1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 10^2}{s}$   
 $V_1 = \frac{30 \cdot 4 \cdot s}{\pi \cdot 10^2}$



$\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4} \Rightarrow V_2 = 1,2 \cdot 10^3 \dots$   
 $\dots$

3ª Questão: (1,0 pts.)

Um tanque cúbico de  $a = 1 \text{ m}$  ao lado, aberto à atmosfera e contendo água até a altura de  $0,8 \text{ m}$ , conforme figura, cai em queda livre a partir de uma posição  $P_0$ .

Determinar:

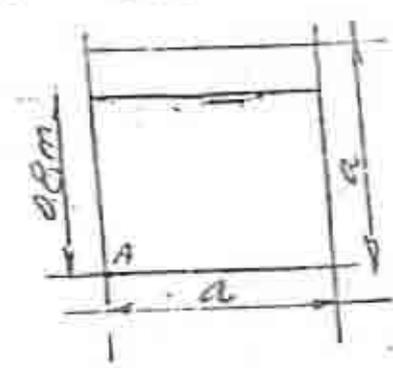
- pressão efetiva no ponto "A" do fundo do tanque, antes de se iniciar a queda livre (0,4 pts.)
- pressão efetiva no mesmo ponto "A", após iniciada a queda livre (0,6 pts.)

Nota: considerar que o fluido se mantém em equilíbrio relativo em relação ao tanque  $\tau$ , quando em queda livre.

Dado:  $\gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$

a)  $P_{ef} = 0,8 \cdot 10^4 = 8 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$

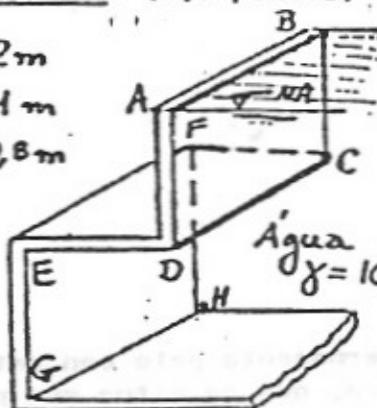
$\frac{P_{ef}}{\gamma} = \frac{8 \cdot 10^3}{10^4} = 0,8 \text{ m}$



Nome: ..... Nº USP: ..... Turma: ...

1ª Questão: (1,5 pontos)

AB = 2 m  
AD = 1 m  
DE = 0,8 m



Um tanque de concreto contém água, conforme mostra a figura. Pedem-se:

- Definir empuxo sobre uma superfície S qualquer. (0,5 pts.)
- Calcular a componente horizontal (0,5 pts.) e vertical (0,5 pts.) do empuxo sobre a superfície ABCDEF.

Água  $\gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$  (a) Empuxo  $\vec{E} = \int_S p(-\vec{n}) dS$

$$E_h = p_{CG} \cdot A_{ACD} = \gamma h_{CG} A_{ACD}$$

$$E_h = (10^4 \times 0,5) \cdot (2 \times 1) = 10000 \text{ N}$$

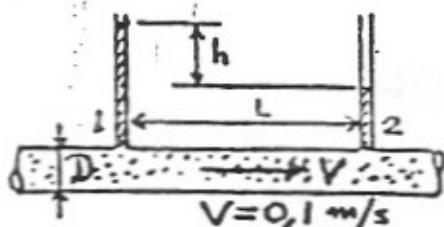
(da direita para a esquerda)

(b)

$E_v = \gamma V$  sendo V o volume subjacente à superfície EDCF

$$E_v = 10^4 (0,8 \times 2 \times 1) = 16000 \text{ N} \quad (\text{de baixo para cima})$$

2ª Questão: (1,5 pontos)



Num tubo de diâmetro  $D = 1 \text{ cm}$  escoia um líquido de  $\nu = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  e  $\gamma = 8.000 \text{ N/m}^3$ . Dois tubos piezométricos abertos à atmosfera e distantes entre si de  $L = 1,2 \text{ m}$ , permitem visualizar os níveis do líquido. Pedem-se:

- Escrever a expressão da perda de carga distribuída ao longo do tubo, explicando o significado de cada grandeza. (0,4 pts.)
  - Calcular o Número de Reynolds (0,3 pts) e o coeficiente de perda de carga distribuída "f" (0,3 pts).
  - Calcular o valor de "h" (0,5 pts).
- Adotar  $g = 10 \text{ m/s}^2$

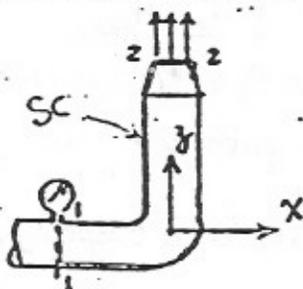
$$Q = \frac{vD}{\nu} = \frac{0,1 + 0,01}{10^{-5}} = 100 \quad (\text{osc. laminar})$$

$$f = 64/R = 64/100 = 0,64$$

$$h_f = f \frac{l}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,64 \cdot \frac{12}{0,01} \cdot \frac{(0,1)^2}{2 \cdot 10} = 0,0384 \text{ m}$$

$$h = \frac{1}{f} = 3,84 \text{ cm}$$

3ª Questão: (2,0 pontos) Água escoia em regime permanente pelo conjunto cotovelo + bocal da figura, que se situa num plano vertical. Pedem-se:



- a) Escrever a Equação da Quantidade de Movimento aplicável ao Volume de Controle limitado pelas seções 1-1 e 2-2. (0,6 pts).
- b) Calcular as componentes horizontal (0,7 pts) e vertical (0,7 pts) da força que a água exerce sobre as paredes do conjunto cotovelo + bocal.

Dados:  $p_1 = 42.000 \text{ N/m}^2$  ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$  ;  $\beta_1 = \beta_2 = 1,0$  ;  $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$   
 $D_1 = 75 \text{ mm}$  ;  $D_2 = 25 \text{ mm}$  ;  $V_2 = 9 \text{ m/s}$  ;  $G = \text{peso do fluido entre as seções 1-1 e 2-2} = 50 \text{ N}$ .

(a)  $\phi_1(-\vec{m}_1) + \phi_2(-\vec{m}_2) + \vec{R} + \vec{G} = 0$   $\vec{R} = \text{ação das paredes}$

(b)  $D_1^2 V_1 = D_2^2 V_2$  ;  $V_1 = 9 \left(\frac{25}{75}\right)^2 = 1$

$\phi_1 = p_1 S_1 + \beta_1 \rho Q V_1$   $Q = \frac{\pi}{4} (0,025)^2 \cdot 9 = 4,42 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

$\phi_1 = 42.000 \times \frac{\pi}{4} (0,075)^2 + 1 \cdot 1.000 \cdot 4,42 \cdot 1$   $\rho Q = 1.000 \cdot 4,42 \cdot 10^{-3} = 4,42 \text{ kg/s}$

$= 185,55 + 4,42 = 189,97 \text{ N}$

$\phi_2 = p_2 S_2 + \beta_2 \rho Q V_2 = 1 \cdot 4,42 \cdot 9 = 39,76 \text{ N}$

$\therefore 189,97 (\vec{z}) + 39,76 (-\vec{z}) + \vec{R} + 50 (-\vec{z}) = 0$

$\therefore \text{ação das paredes} = -\vec{R} = 189,97 \vec{z} - 39,76 \vec{z}$

Componente horizontal      Componente vertical

NOME..... Nº USP..... CURSO.....

1ª QUESTÃO

Quando a equação da quantidade de movimento toma a forma:

$$R_x = \rho Q (Vx_2 - Vx_1)$$

Pede-se:

- a) Dar 4 hipóteses simplificadoras usadas na sua obtenção (0,8)  
 b) Desenhar uma instalação que lhe corresponda (0,2)

2ª QUESTÃO

Sendo dado um movimento de equação

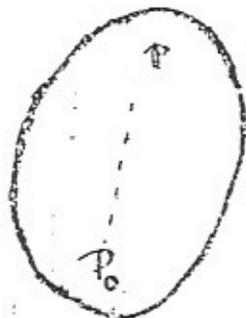
$$\vec{v} = 2x \vec{e}_x + 4y \vec{e}_y + 2t^2 \vec{e}_z$$

calcular:

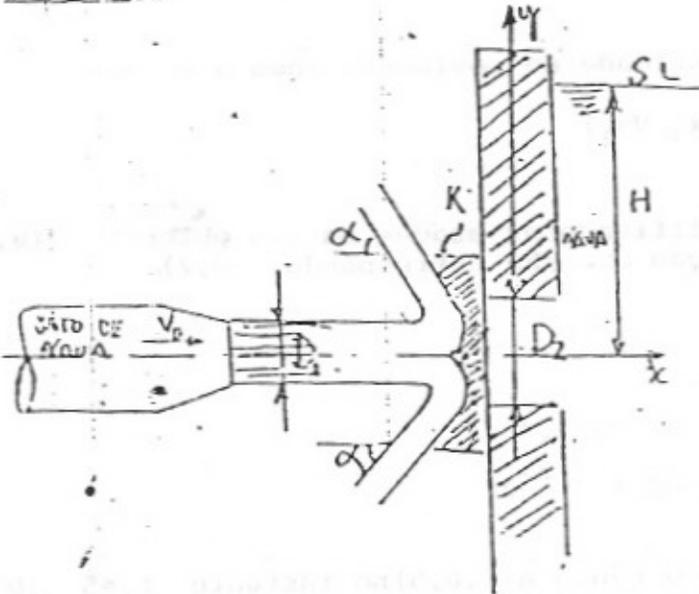
- a) Aceleração no ponto A(2,0,5) no instante  $t_1=5$  (0,5 ponto)  
 b) Linha de corrente que no instante  $t_2=1$  passa pelo ponto B(2,1,4) (1,5 ponto)

3ª QUESTÃO

Na transformação elementar de uma partícula fluida, em movimento entre os instantes  $t$  e  $t+dt$ , descrever os movimentos elementares, em que pode se decompor seu deslocamento global (0,6 ponto)  
 Fazer um esquema na figura (0,4 ponto)

instante  $t$ instante  $t+dt$ 

NOME: ..... Nº USP: ..... CURSO: .....

1ª QUESTÃO:

Na figura o dispositivo K, que recebe o jato de água mantém fechado o orifício de diâmetro  $D_2$  submetido à pressão de água à altura de água H.

Determinar:

Máximo valor  $D_2$  para que não ocorram vazamentos no orifício, quando

$$D_1 = 50 \text{ mm} \quad \alpha = 45^\circ \quad g = 10 \text{ m/s}^2 \quad v_c = 7,65 \text{ m/s} \quad H = 2,5 \text{ m}$$

Obs.: Equacionamento literal : 1,0 pts.

Valor numérico de H : 0,5 pts.

2ª QUESTÃO:

Para que a equação do primeiro princípio

$$H_{t2} - H_{t1} = \frac{1}{M} \frac{dq}{dt} + \frac{W_m}{M}$$

se transforme na equação

$$W_m = M(h_2 - h_1)$$

quais foram as hipóteses simplificadoras formuladas? (1,0 pts.)

3ª QUESTÃO:

a) O que é semelhança? (0,5 pts.)

b) Na semelhança de Euler determinar a relação entre as escalas de velocidade e comprimento quando o fluido usado no modelo e protótipo for o mesmo. (0,5 pts.)