Nome: _____ Nº USP: _____
(Colocar nome em todas as folhas!)

1ª Prova— 1º semestre de 2016

1ª Questão (4,0 pontos)

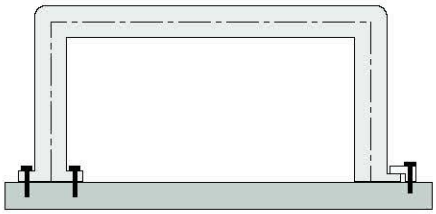
Considere o puxador de plástico cuja seção transversal vazada está indicada na figura. O eixo y da seção é normal ao plano da estrutura e o eixo z está contido neste plano. Para a carga horizontal de 400 N aplicada no ponto C,

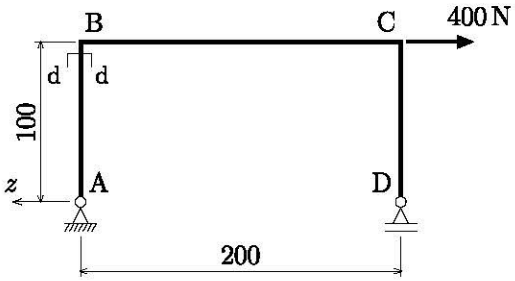
a) trace os diagramas de esforços solicitantes da estrutura;

b) calcule as tensões normal e tangencial que atuam nos pontos P e Q da seção d–d e indique os sentidos;

c) determine graficamente para o ponto Q da seção d–d:

- as tensões normais e tangenciais extremas indicando-as, juntamente com os respectivos planos de atuação, em prismas de tensão;
- as tensões normal e tangencial que atuam num plano que faz um ângulo de 45° no sentido horário com o plano da seção transversal.





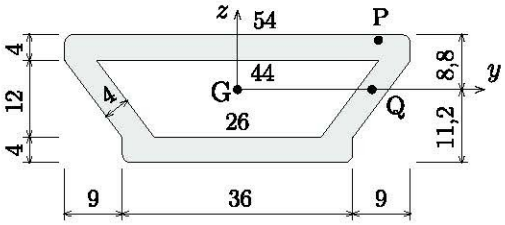
Medidas em mm

Seção d–d

$A = 480\,\text{mm}^2$

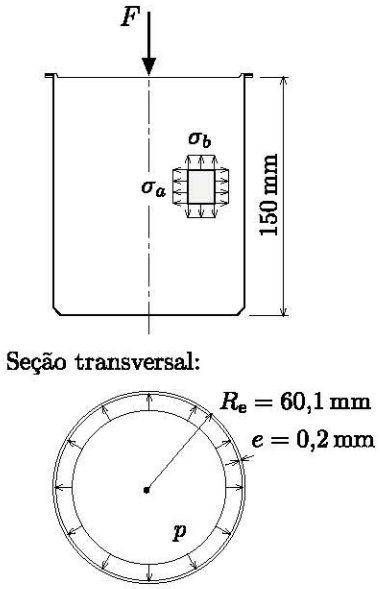
$I_y = 24\,268{,}8\,\text{mm}^4$

$I_z = 117\,100{,}0\,\text{mm}^4$



2ª Questão (3,0 pontos)

Um fluído sob pressão é armazenado em latas, totalmente vedadas, com raio externo $R_e = 60{,}1\,\text{mm}$, altura $h = 150\,\text{mm}$ e espessura da parede lateral $e = 0{,}2\,\text{mm}$.



a) Deduza as expressões das tensões σ_a e σ_b que atuam num ponto arbitrário da parede lateral considerando uma pressão interna p e uma força axial F distribuída sobre a borda da tampa da lata.

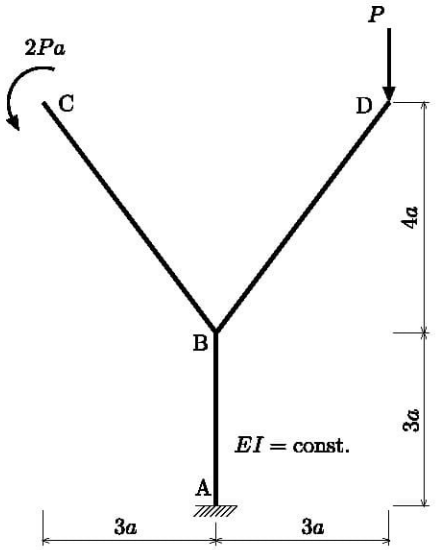
b) Represente o estado de tensão na parede lateral e determine a máxima tensão tangencial para a lata submetida a uma pressão interna $p = 0{,}1\,\text{MPa} = 0{,}1\,\text{N/mm}^2$ e uma força axial $F = 300\,\text{N}$.

c) Se latas iguais fossem empilhadas, que altura seria necessária para a tensão tangencial máxima atingir $10\,\text{MPa}$ na parede.

Desconsidere a possibilidade de ocorrência de instabilidades na chapa da parede e na pilha de latas. Admita que cada lata pese $17\,\text{N}$.

3ª Questão (3,0 pontos)

A estrutura da figura é formada por barras com rigidez à flexão EI. Ela está sujeita à ação de um momento $2Pa$ aplicado no ponto C e de uma força P aplicada no ponto D. Considerando apenas a deformação por momento fletor, pedem-se:

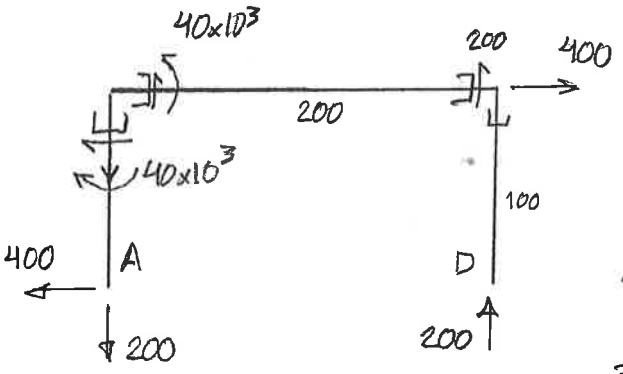


a) a expressão da energia de deformação U da estrutura em função de P;

b) por meio do segundo teorema de Castigliano,

- a rotação da extremidade C;
- o deslocamento vertical da extremidade D.

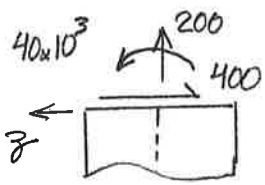
2016 apr 12



$\circlearrowleft D \; \{ -R_A \times 200 + 400 \times 100 = 0$

$R_A = 200\,N \qquad R_D = 200\,N$

Seção d-d

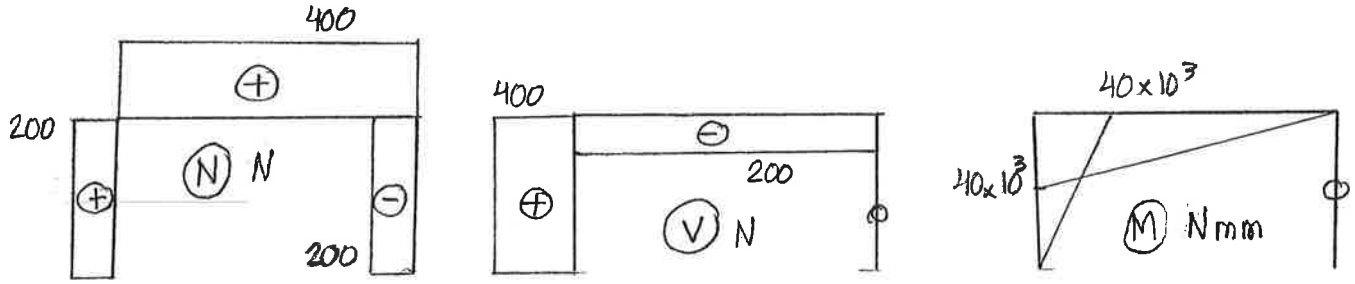


$N = 200\,N$

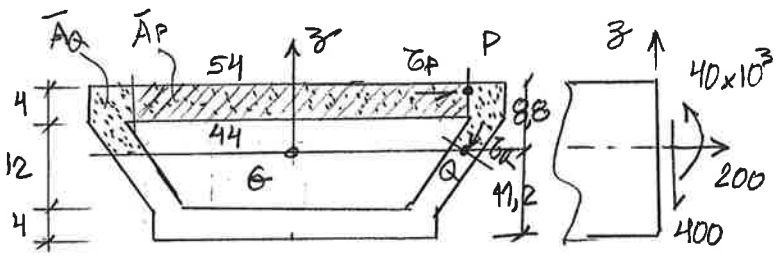
$V = 400\,N$

$M_y = -40 \times 10^3\,Nmm$

a) Diagramas



b) σ e τ nos pontos P e Q da secção d-d



$\sigma^P = \frac{200}{480} - \frac{40 \times 10^3}{242688} \times 8{,}8$

$= 0{,}417 - 14{,}504 = \underline{-14{,}09\ MPa}$

$\bar{S}_y^P = (44 \times 4) \times 6{,}8 = 1196{,}8\,mm^3$

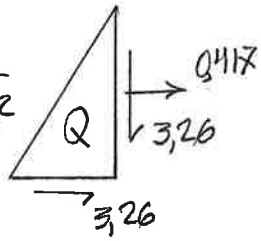
$\tau^P = \frac{400 \times 1196{,}8}{8 \times 242688} = \underline{3{,}47\ MPa\ (\rightarrow)}$

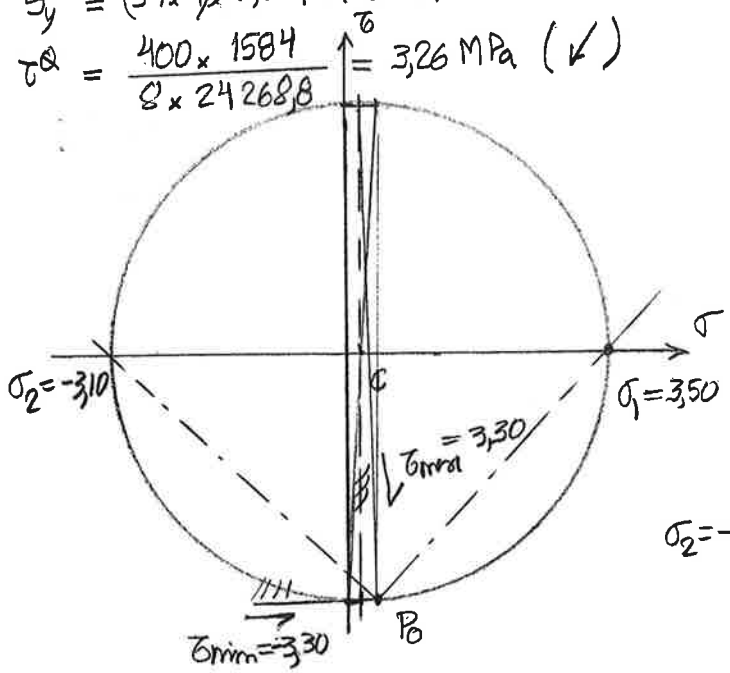
$\sigma^Q = \frac{200}{480} = \underline{0{,}417\ MPa}$

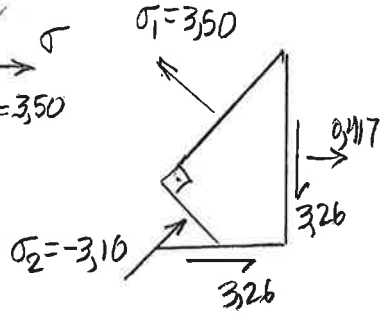
$\bar{S}_y^Q = (54 \times 4) \times 6{,}8 + 2(4{,}8 \times 5) \times 2{,}4 = 1584\,mm^3$

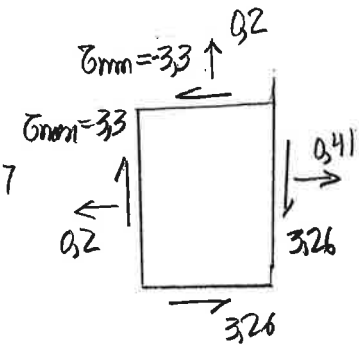
$\tau^Q = \frac{400 \times 1584}{8 \times 242688{,}8} = 3{,}26\ MPa\ (\swarrow)$

c) $\tau_{max}, \sigma_1, \sigma_2$

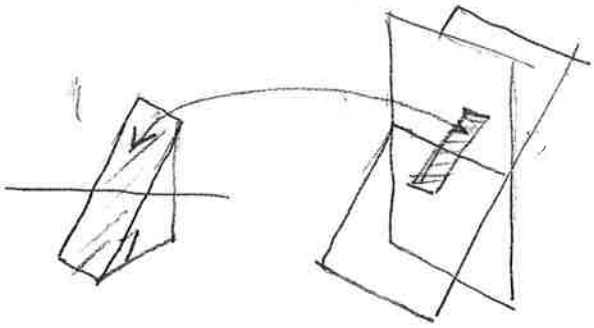


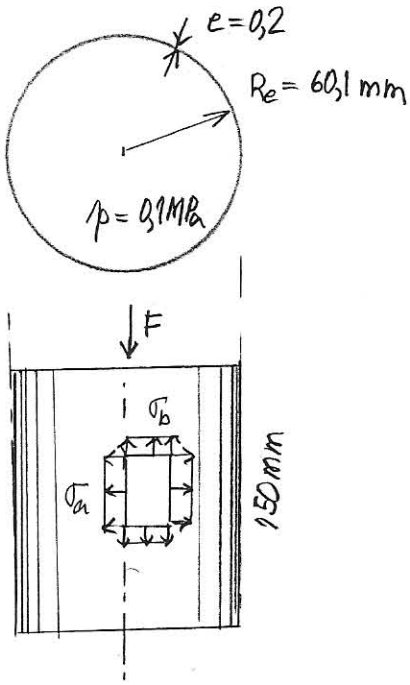






- O plano a 45° é oblíquo em relação ao prisma triangular do estado duplo e os termos pedidos devem ser obtidos empregando o estado triplo.





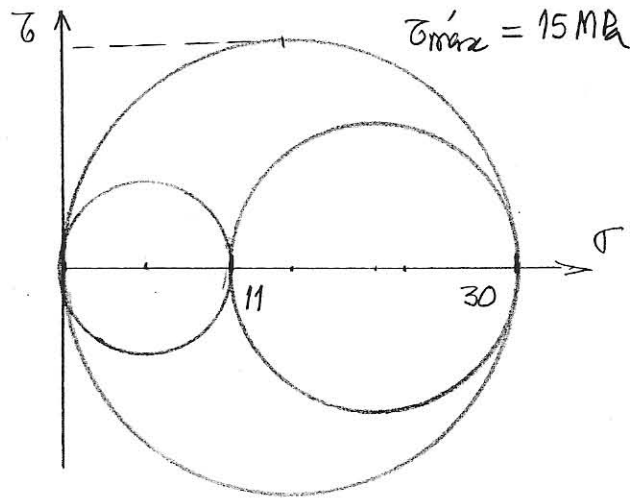
$$R_m = 60{,}1 - \frac{0{,}2}{2} = 60\ mm$$

$$W = 17N \longrightarrow q = \frac{W}{h} = \frac{17}{150} = 0{,}113\ \frac{N}{mm}$$

a) $$\sigma_a = \frac{pR}{e} = \frac{0{,}1 \times 60}{0{,}2} = 30\ MPa$$

$$\sigma_b = \frac{N}{A} + \frac{pR}{2e} = \frac{-300}{2\pi 60 \times 0{,}2} + 15 =$$

$$= -3{,}98 + 15 = 11{,}02\ MPa$$

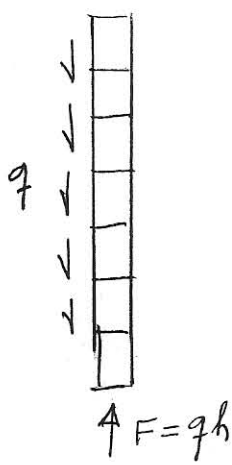


b) $\bar{\tau} = 10\ MPa$

Como $\sigma_a = \frac{pR}{e} = 30\ MPa$ e $\tau_{máx} = 15\ MPa > \bar{\tau}$ a própria lata não suporta a pressão $p = 0{,}1\ MPa$

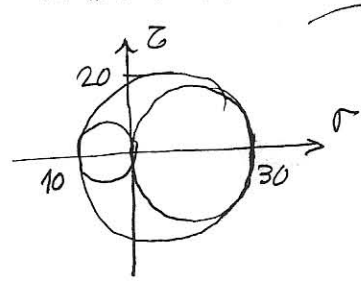
Obs: para $\bar{\tau} = 20\ MPa \Longrightarrow \tau_{máx} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{30 - \sigma_3}{2} = 20$

$\therefore\ \sigma_3 = -10\ MPa$



$$\sigma_3 = \sigma_b = \frac{-qh}{2\pi \times 60 \times 0{,}2} + 15 = -10$$

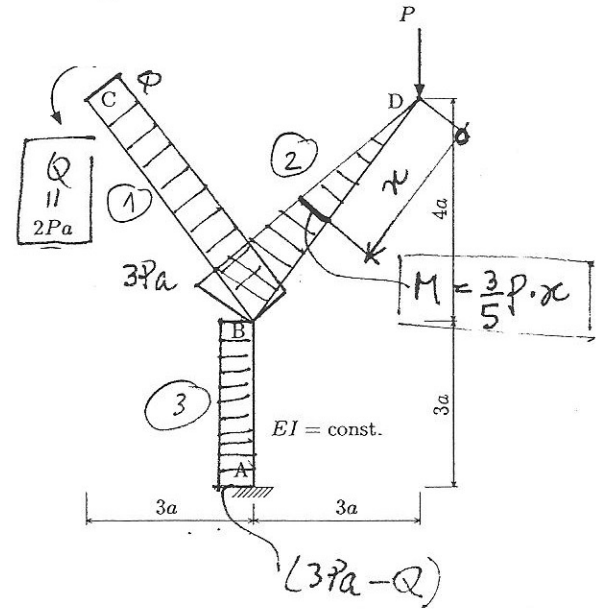
$$h = \frac{25 \times 24\pi}{0{,}113} = 16681\ mm = 16{,}7\ m$$



$$U(P,Q)=\sum_{b=1}^{3}\int_0^{l_b}\frac{M^2}{2EI}dx=\frac{1}{2EI}\left(Q^2\cdot 5a+\int_0^{5a}\left(\frac{3P}{5}x\right)^2dx+(3Pa-Q)^2dx\right)$$

$$U(P,Q)=\frac{1}{2EI}\left[5Q^2a+15P^2a^3+(3Pa-Q)^2\cdot 3a\right]$$

a) Para $Q=2Pa$ $\boxed{U(P)=\frac{19P^2a^3}{EI}}$



b) Rotação da extremidade C:

$$\varphi_C=\left.\frac{\partial U(Q,P)}{\partial Q}\right|_{Q=2Pa}=\left.\frac{1}{2EI}\left(10Qa+2\cdot(3Pa-Q)\cdot(-1)\cdot 3a\right)\right|_{Q=2Pa}$$

$$\boxed{\varphi_C=\frac{7Pa^2}{EI}}\ (\circlearrowleft)$$

Deslocamento vertical em D:

$$v_C=\left.\frac{\partial U(Q,P)}{\partial P}\right|_{Q=2Pa}=\left.\frac{1}{2EI}\left(30Pa^3+2\cdot(3Pa-Q)\cdot 3a\cdot 3a\right)\right|_{Q=2P}$$

$$\boxed{v_C=\frac{24Pa^3}{EI}}\ (\downarrow)$$