

Nome: _____ N^o USP: _____

(Colocar nome em todas as folhas!)

3^a Prova— 1^o semestre de 20151^a Questão (3,5 pontos)

Dimensione, com coeficiente de segurança $\gamma = 3$, a seção transversal triangular da barra prismática AB, sabendo-se que o apoio fixo C permite rotação em qualquer direção. São dados:

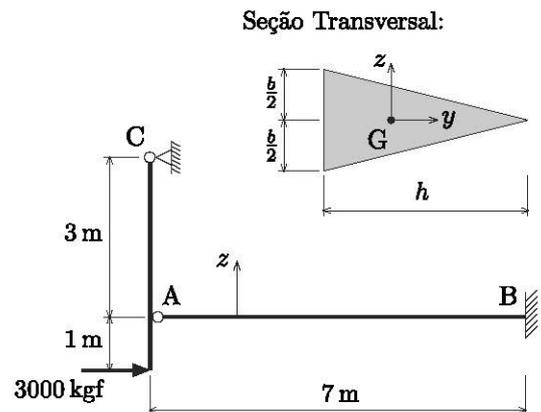
$$E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\sigma_p = 1880 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\sigma_y = 2140 \text{ kgf/cm}^2$$

Para $\lambda \leq \lambda_{\text{lim}}$ considere

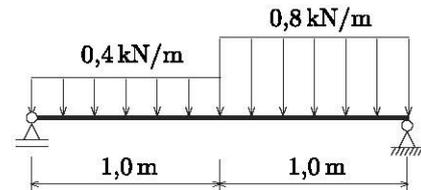
$$\sigma_{\text{fl}} = 2140 + 30,856\lambda - 0,31745\lambda^2 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}.$$



2ª Questão (3,0 pontos)

Para a viga composta da figura, determine:

- a tensão tangencial no ponto Q da seção junto ao apoio mais solicitado por V;
- a dimensão e_w dos filetes de solda;
- o diâmetro ϕ dos rebites considerando um espaçamento longitudinal uniforme de $s_{reb.} = 10$ cm entre eles.



$$\bar{\tau}_{solda} = 8 \text{ kN/cm}^2$$

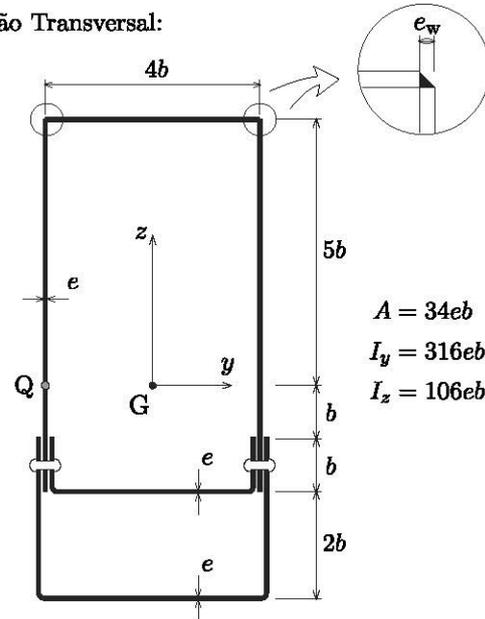
$$\bar{\tau}_{reb.} = 7 \text{ kN/cm}^2$$

$$s_{reb.} = 10 \text{ cm}$$

$$b = 1,0 \text{ cm}$$

$$e = 0,2 \text{ cm}$$

Seção Transversal:

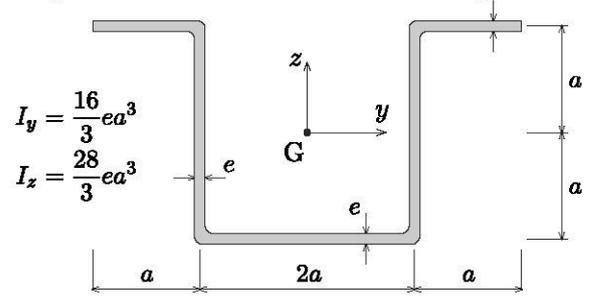


3ª Questão (3,5 pontos)

Para a seção transversal de paredes delgadas ($e \ll a$) da figura ao lado, determine:

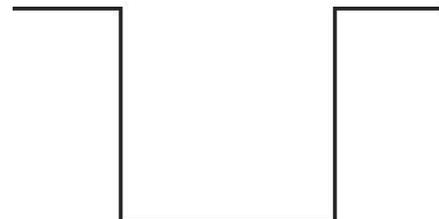
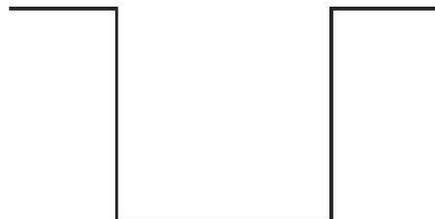
- a distribuição das tensões tangenciais para uma força cortante V_z para baixo;
- a distribuição das tensões tangenciais para uma força cortante V_y para direita;
- a posição do centro de cisalhamento.

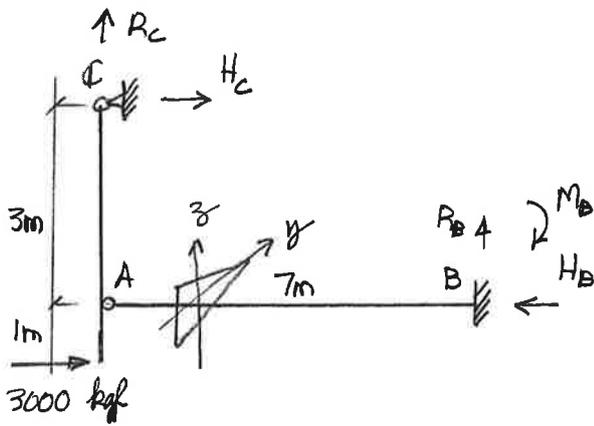
Seção Transversal:



$$I_y = \frac{16}{3}ea^3$$

$$I_z = \frac{28}{3}ea^3$$



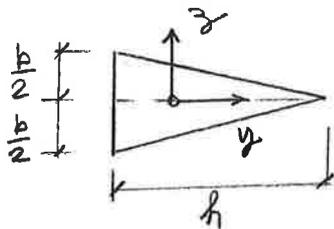


$R_E = R_B = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{não há forças nem} \\ \text{deslocamentos nessa direção.} \end{array} \right.$

$$\textcircled{M_A} = 0 \Rightarrow M_B = 0$$

$$\sum C \left\{ \begin{array}{l} -3000 \times 4 + H_B \times 3 = 0 \\ H_B = \underline{4000 \text{ kgf}} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} H_C = 1000 \text{ kgf} \end{array} \right.$$

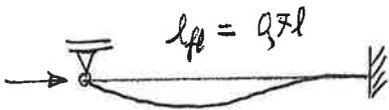


$$A = \frac{bh}{2}$$

$$I_y = 2 \left[\frac{h \left(\frac{b}{2}\right)^3}{12} \right] = \frac{hb^3}{48}$$

$$I_z = \frac{bh^3}{36}$$

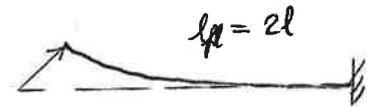
a) Flexão em torno de y



$$i_y = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{hb^3 \cdot 2}{48 \cdot bh}} = \frac{b}{\sqrt{24}}$$

$$\lambda_y = \frac{l_e}{i_y} = \frac{490}{b/\sqrt{24}} = \frac{490\sqrt{24}}{b}$$

b) Flexão em torno de z



$$i_z = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{hb^3 \cdot 2}{36 \cdot bh}} = \frac{h}{\sqrt{18}}$$

$$\lambda_z = \frac{l_e}{i_z} = \frac{1400}{h/\sqrt{18}} = \frac{1400\sqrt{18}}{h}$$

Dimensionamento econômico: $\lambda_y = \lambda_z \Rightarrow \frac{490\sqrt{24}}{b} = \frac{1400\sqrt{18}}{h} \Rightarrow b = 0,404h$

Flexão em torno de y (admitindo $\lambda > \lambda_{lim} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} = 105$)

$$\sigma \leq \frac{\sigma_p}{\gamma} \Rightarrow \frac{P \delta}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \Rightarrow \frac{4000 \times 3}{0,202 h^2} = \frac{\pi^2 \times 2,1 \times 10^6}{490^2 \times 24} (0,404 h)^2$$

$$h^4 = 101193 \Rightarrow h = 17,84 \text{ cm}$$

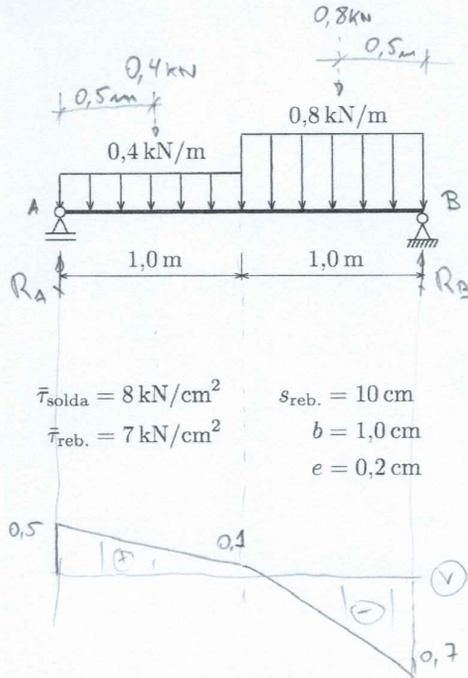
$$b = 7,21 \text{ cm}$$

$$\left(\lambda = \frac{490\sqrt{24}}{7,21} = 333 > 105 \right) \text{ ok.}$$

2ª Questão (3,0 pontos)

Para a viga composta da figura, determine:

- a) a tensão tangencial no ponto Q da seção junto ao apoio mais solicitado por V; (1,0)
- b) a dimensão e_w dos filetes de solda; (1,0)
- c) o diâmetro ϕ dos rebites considerando um espaçamento longitudinal uniforme de $s_{reb.} = 10$ cm (1,0) entre eles.



$\bar{\tau}_{solda} = 8 \text{ kN/cm}^2$
 $\bar{\tau}_{reb.} = 7 \text{ kN/cm}^2$
 $s_{reb.} = 10 \text{ cm}$
 $b = 1,0 \text{ cm}$
 $e = 0,2 \text{ cm}$

Reações:

$$R_A = \frac{1,5}{2} \times 0,4 + \frac{0,5}{2} \times 0,8$$

$$R_A = 0,5 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_B = 1,2 - 0,5$$

$$\therefore R_B = 0,7 \text{ kN} = \frac{V_{máx}}{(0,25)}$$

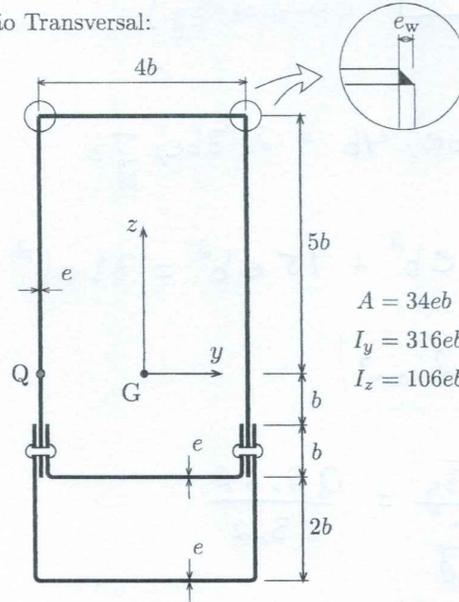
$$a) \tau = \frac{V \bar{S}_y}{b I_y}$$

$$\bar{S}_y = (4b \cdot e) \cdot 5b + 2 \times (5b \cdot e) \cdot \frac{5b}{2}$$

$$\bar{S}_y = 20eb^2 + 25eb^2 \therefore \bar{S}_y = 45eb^2$$

$$b = 2e \quad \tau = \frac{0,7 \cdot 45eb^2}{2e \cdot 316eb^3} \Rightarrow \tau = 0,25 \text{ kN/cm}^2$$

Seção Transversal:



$$A = 34eb$$

$$I_y = 316eb^3 = 63,2 \text{ cm}^4$$

$$I_z = 106eb^3$$

b)



$$q = \frac{V \cdot \bar{S}_y}{I_y}$$

$$\bar{S}_y = (4b \cdot e) \cdot 5b = 20eb^2 = 4 \text{ cm}^3$$

$$q = \frac{0,7 \times 4}{63,2} \therefore q = 0,044 \text{ kN/cm}$$

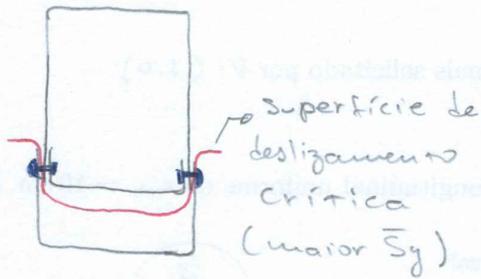


$$q \cdot s \leq 2 \times \bar{\tau}_{solda} \cdot 0,707e_w \cdot s$$

$$e_w \geq \frac{q}{2 \cdot \bar{\tau}_{solda} \cdot 0,707}$$

$$e_w \geq 0,004 \text{ cm}$$

c) dado: $S_{reb} = 10 \text{ cm}$



$$\bar{S}_y = (4be) \cdot 4b + 2 \cdot (3be) \cdot \frac{5}{2}b$$

$$\bar{S}_y = 16eb^2 + 15eb^2 = 31eb^2$$

$$\bar{S}_y = 6,2 \text{ cm}^3$$

$$q = \frac{V \cdot \bar{S}_y}{I_y} = \frac{0,7 \cdot 6,2}{63,2}$$

$$q = 0,069 \text{ kN/cm}$$

$$q \cdot S \leq 2 \cdot A_b \cdot \bar{\sigma}_{reb}$$

$$A_b \geq \frac{q \cdot S}{2 \cdot \bar{\sigma}_{reb}} = \frac{0,069 \cdot 10}{2 \cdot 7}$$

$$A_b \geq 0,05 \text{ cm}^2$$

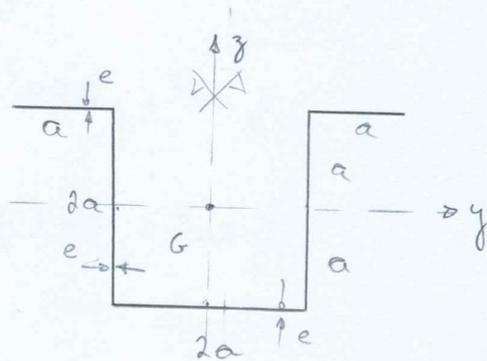
$$\frac{\pi \phi^2}{4} \geq 0,05 \Rightarrow \phi \geq 0,25 \text{ cm}$$

$$\phi = 2,5 \text{ mm}$$

Questão 3

de paredes delgadas ($e \ll a$)

Para a seção transversal V da figura ao lado, determine:



a) Distribuição das tensões tangenciais para uma força cortante V_z para baixo; (1,25)

b) Distribuição das tensões tangenciais para uma força cortante V_y para direita; (1,25)

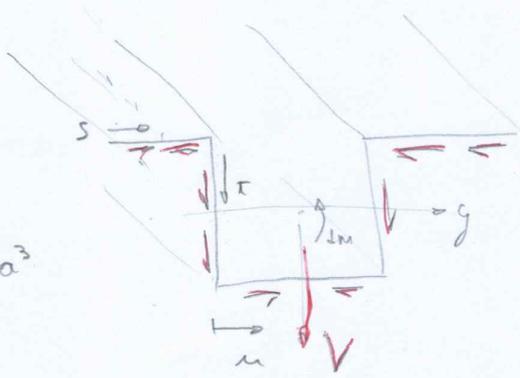
c) Centro de cisalhamento da seção. (1,0)

Dados: $I_y = \frac{16}{3} ea^3$

$I_z = \frac{28}{3} ea^3$

Solução

a) $q = \frac{V_z \bar{S}_y}{I_y}$ $\tau = \frac{V_z \bar{S}_y}{e I_y}$
 $\tau = \frac{V_z \bar{S}_y}{\frac{16}{3} \cdot e^2 a^3}$

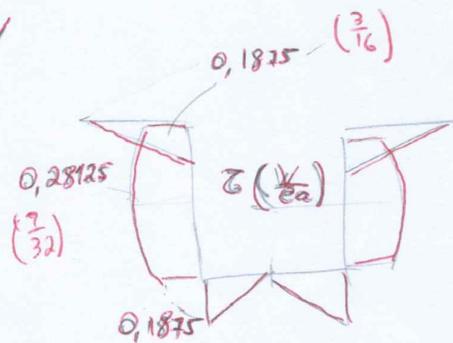


Sentido das tensões

$\bar{S}(s) = e \cdot s \cdot a$ $\begin{cases} = 0, & s=0 \\ = ea^2, & s=a \end{cases}$

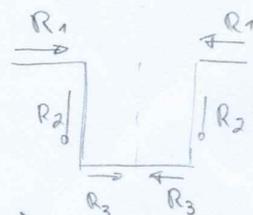
$\bar{S}(t) = ea^2 + e \cdot t \cdot (a - \frac{t}{2})$ $\begin{cases} = ea^2, & t=0 \\ = ea^2, & t=2a \end{cases} = \frac{3}{2} ea^2, t=a$

$\bar{S}(u) = ea^2 - e \cdot u \cdot a$ $\begin{cases} = ea^2, & u=0 \\ = 0, & u=a \end{cases}$

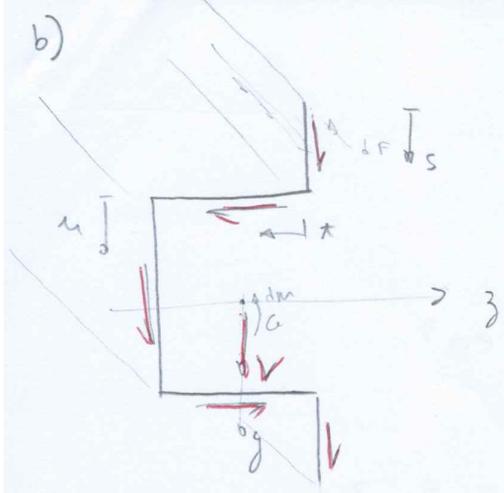


Check: Resultante nas paredes

$R_2 = B \int_0^{2a} (ea^2 + eat - \frac{e t^2}{2}) dt = B (2ea^3 + 2ea^3 - \frac{e t^3}{6} \Big|_0^{2a})$



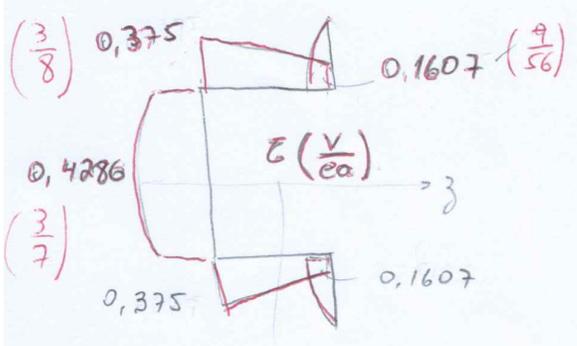
$R_2 = B \frac{8}{3} ea^3$ $B = \frac{V_z}{I_y} = \frac{3V_z}{16ea^3} \Rightarrow R_2 = 0,5V_z$ logo, $\sum R_i = V_z$ (OK)



$$\bar{S}(x) = e \cdot \lambda \cdot (2a - \frac{\lambda}{2}) \begin{cases} = 0, \lambda = 0 \\ = \frac{3}{2} e a^2, \lambda = a \end{cases}$$

$$\bar{S}(x) = \frac{3}{2} e a^2 + e \cdot x \cdot a \begin{cases} = \frac{3}{2} e a^2, x = 0 \\ = \frac{7}{2} e a^2, x = 2a \end{cases}$$

$$\bar{S}(u) = \frac{7}{2} e a^2 + e \cdot u \cdot (a - \frac{u}{2}) \begin{cases} \frac{7}{2} e a^2, u = 0 \\ 4 e a^2, u = a \end{cases}$$



$$\sigma = \frac{V \cdot \bar{S}_z}{e \cdot I_z} = \frac{V \cdot \bar{S}_z}{\frac{28}{3} \cdot e^2 a^3}$$

$$q = \frac{V \bar{S}_z}{I_z}$$

c) Resultados na paredes para b)

$$\beta = \frac{V}{I_z} = \frac{3}{28} \frac{V}{e a^3}$$

$$R_1 = \beta \int_0^a (2a e \lambda - \frac{e \lambda^2}{2}) d\lambda = \beta (a e \lambda^2 - \frac{e \lambda^3}{6}) \Big|_0^a = \beta (e a^3 - \frac{e a^3}{6}) = \frac{5 \beta e a^3}{6}$$

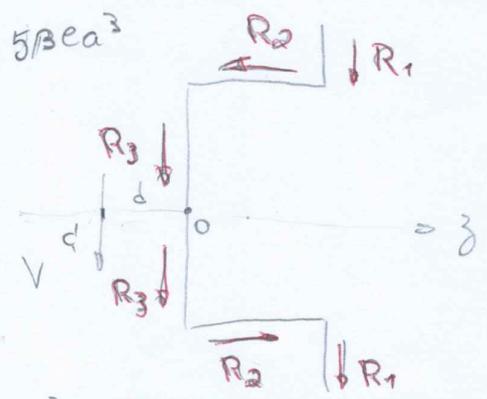
$$R_1 = 0,0893 V$$

$$R_2 = \beta \int_0^{2a} (\frac{3}{2} e a^2 + e x a) dx = \beta (\frac{3}{2} e a^3 + 2 e a^3) = 5 \beta e a^3$$

$$R_2 = 0,5357 V$$

$$R_3 = \beta \int_0^a (\frac{7}{2} e a^2 + e a u - \frac{e u^2}{2}) du$$

$$R_3 = \beta (\frac{7}{2} e a^3 + \frac{e a^3}{2} - \frac{e a^3}{6}) = \frac{23}{6} \beta e a^3 \Rightarrow R_3 = 0,4107 V$$



$$V \cdot d = 2 \cdot R_2 \cdot a - 2 \cdot R_1 \cdot 2a = 0,71 a \cdot V \Rightarrow d = 0,71 a$$

Check: $\sum R_i = 2 \cdot R_1 + 2 R_3 = V$ ok ✓