Nome: _____ Nº USP: _____

(Colocar nome em todas as folhas!)

1ª Prova— 1º semestre de 2015

1ª **Questão** (4,0 pontos)

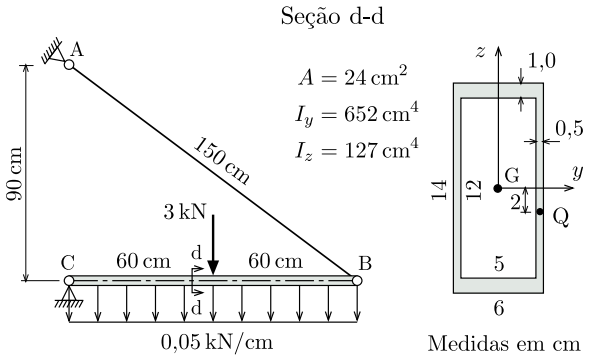
Considere a estrutura formada pela viga CB com a extremidade direita suportada pelo tirante AB. Para o carregamento indicado, determine:

a) as reações de apoio e os esforços solicitantes na seção d-d;

b) os valores extremos das tensões normais no plano da seção;

c) os valores e sentidos das tensões normal e tangencial no ponto Q da seção d-d;

d) as tensões principais e as tensões tangenciais extremas no ponto Q dessa seção e os correspondentes prismas de tensão mostrando os valores, direções e sentidos (empregue o círculo de Mohr).



2ª Questão (3,0 pontos)

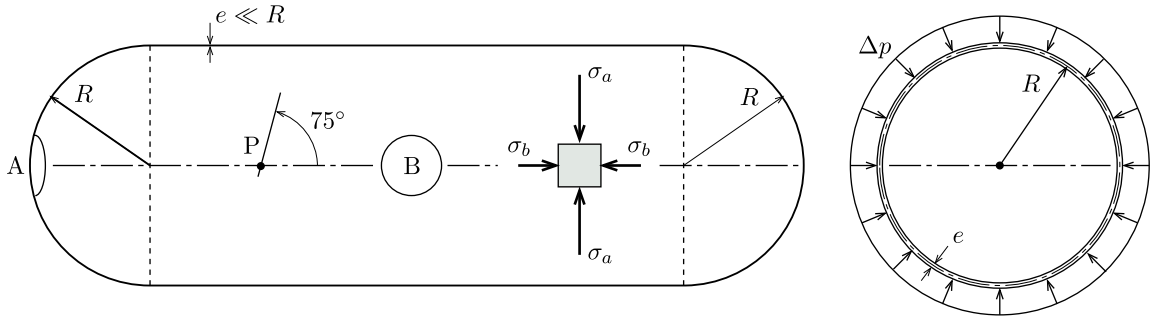
O casco de aço de um submarino robô é formado por um tubo de raio médio $R = 30\,\text{cm}$ soldado a duas cascas esféricas de mesmo raio como mostrado na figura. Sabendo-se que a máxima diferença entre as pressões externa e interna que o submarino deve suportar é $\Delta p = 2\,\text{MPa} = 0{,}2\,\text{kN/cm}^2$ e a tensão tangencial admissível do aço vale $\bar{\tau} = 80\,\text{MPa} = 8\,\text{kN/cm}^2$, determine:

a) as expressões que fornecem as tensões normais nos planos longitudinais diagonais (σ_a) e nos planos transversais (σ_b) da parede do tubo (cuidado com os sinais das tensões!);

b) a espessura mínima e da parede do tubo que suporta a diferença de pressão desconsiderando fenômenos de instabilidade do casco;

c) as tensões σ e τ que atuam no ponto P num plano que faz um ângulo de 75° com o eixo longitudinal.

Entre as posições A e B indicadas na figura, escolha o melhor lugar para uma escotilha de acesso ao interior do casco (justifique).



Casco de submarino robô:

3ª Questão (3,0 pontos)

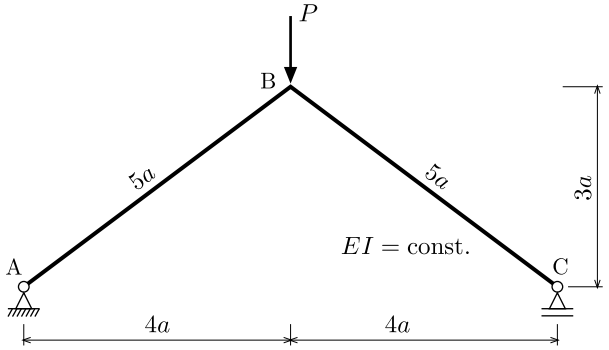
A barra ABC da figura tem produto de rigidez à flexão EI = const. e está submetida à força vertical P aplicada no ponto B. Considerando apenas o efeito da deformação por momento fletor, determine:

a) a expressão da energia de deformação U da estrutura em função do comprimento a e do produto EI;

b) o deslocamento vertical do ponto B empregando diretamente o segundo teorema de Castigliano;

c) o deslocamento horizontal do apoio C.

Sugestões: (1) decomponha as reações de apoio nas direções axial e transversal; (2) lembre-se que a superposição da energia de deformação não é válida por causa do quadrado da expressão do momento fletor, contudo a superposição dos diagramas de momento fletor continua válida.



PEF 2306 - Tópicos de Mecânica dos Sólidos 28/04/2015

Nome: GABARITO Nº USP: _____

(Colocar nome em todas as folhas!)

$\frac{1kN}{cm^2} = \frac{1000\,N}{cm^2} = 10^7 \frac{N}{m^2} = 10MPa$

1ª Prova— 1º semestre de 2015

1ª Questão (4,0 pontos)

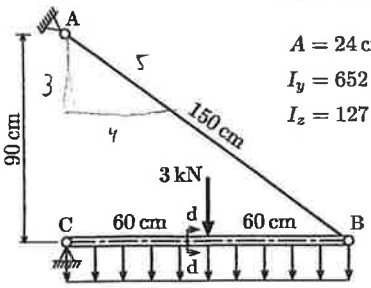
Considere a estrutura formada pela viga CB com a extremidade direita suportada pelo tirante AB. Para o carregamento indicado, determine:

1,0 a) as reações de apoio e os esforços solicitantes na seção d-d;

1,0 b) os valores extremos das tensões normais no plano da seção;

1,0 c) os valores e sentidos das tensões normal e tangencial no ponto Q da seção d-d;

1,0 d) as tensões principais e as tensões tangenciais extremas no ponto Q dessa seção e os correspondentes prismas de tensão mostrando os valores, direções e sentidos (empregue o círculo de Mohr).

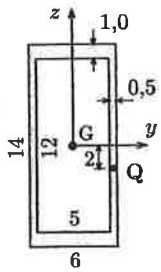


Seção d-d

$A = 24\,cm^2$

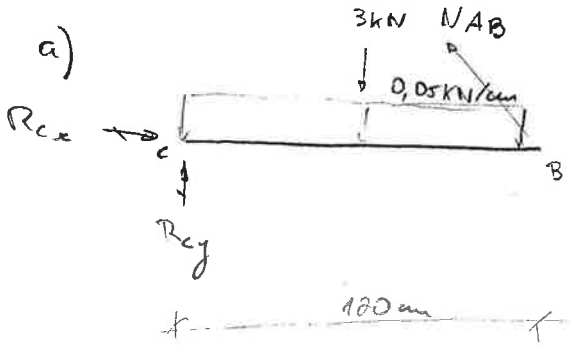
$I_y = 652\,cm^4$

$I_z = 127\,cm^4$



Medidas em cm

a)



$\Sigma M_c = 0$

$60 \times 3 + 60 \times (120 \times 0{,}05) - \frac{3}{5} N_{AB} = 0$ (120)

$180 + 360 = 7{,}2\, N_{AB} \therefore \boxed{N_{AB} = 7{,}5\,kN}$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{cx} - \frac{4}{5} N_{AB} = 0$

$R_{cx} = \frac{4}{5} \cdot 7{,}5$

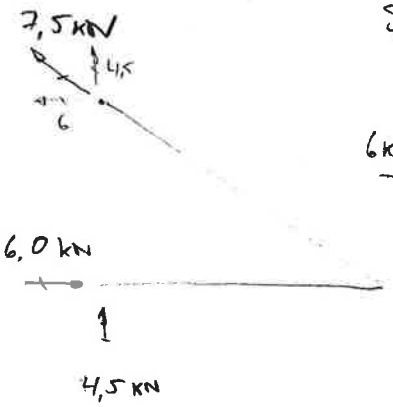
$\boxed{R_{cx} = 6\,kN}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_{cy} - 3 - (120 \times 0{,}05) + \frac{3}{5} N_{AB} = 0$

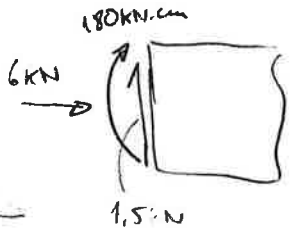
$R_{cy} = 3 + 6 - \frac{3}{5} \cdot 7{,}5$

$\therefore \boxed{R_{cy} = 4{,}5\,kN}$

Reações



Seção d-d:



b) Seção d-d

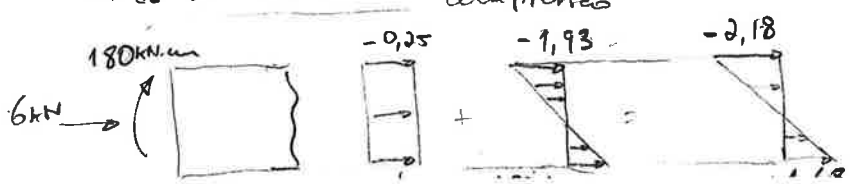
$M_{d-d} = 4{,}5 \cdot 60 - 0{,}05 \cdot \frac{60^2}{2}$ (90) $\therefore \boxed{M_{d-d} = 180\,kN.cm}$

$N_{dd} = -6\,kN$ compressão

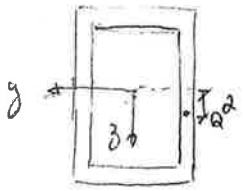
$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{I} y = \frac{-6}{24} \pm \frac{180}{652} y$ (0,25; 1,93)

$\sigma_{min} = -0{,}25 - 1{,}93 \therefore \boxed{\sigma_{min} = -2{,}18\,kN/cm^2}$

$\sigma_{máx} = -0{,}25 + 1{,}93 \therefore \boxed{\sigma_{máx} = 1{,}68\,kN/cm^2}$



c) tensões no pto Q. $\sigma_Q = \frac{N}{A} + \frac{M_z}{I}$



$$\sigma_Q = -\frac{6}{24} + \frac{180}{652} \times 2 = \boxed{0{,}302 \ \frac{kN}{cm^2}} \text{ (tração)}$$

$$\tau_Q = \frac{V\bar{S}}{I.b}$$

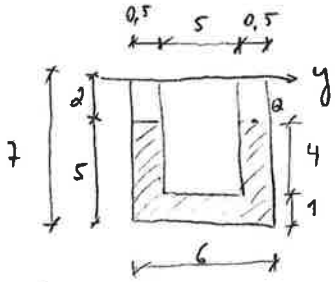
$$\tau_Q = \frac{1{,}5 \times 55}{652 \times 1} = \boxed{0{,}127 \ \frac{kN}{cm^2}}$$

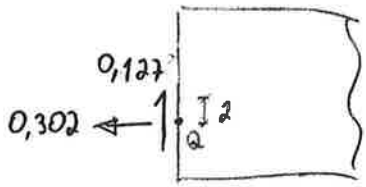
$V = 4{,}5 - 60 \times 0{,}05 = 1{,}5$ kN

$\bar{S} = \overset{135}{6 \times 5 \times (2+2{,}5)} - \overset{80}{5 \times 4 (2+2)} = 55 \ cm^3$

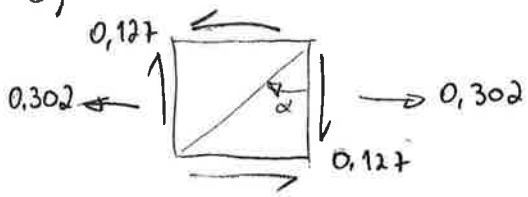
$I = 652 \ cm^4$

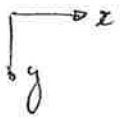
$b = 1$ cm





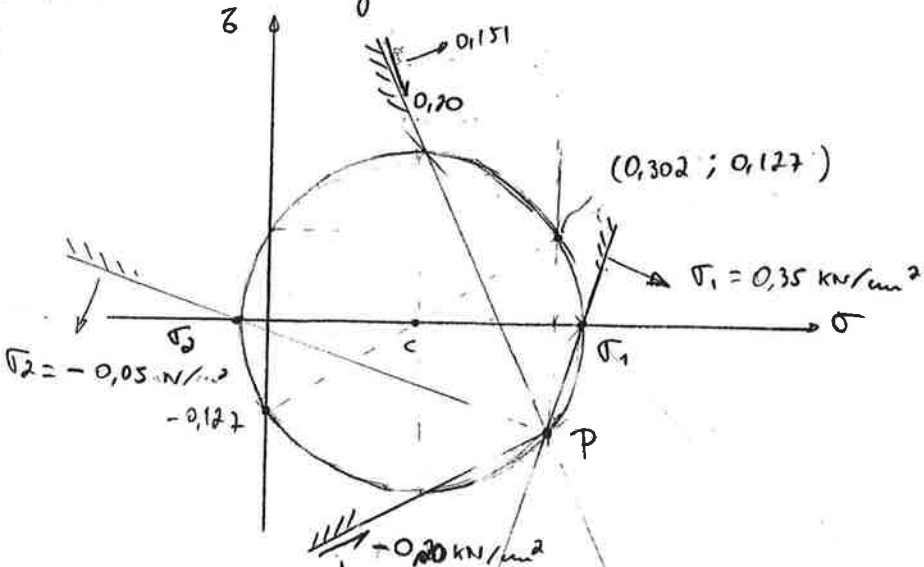
d)





$\sigma_x = 0{,}302$

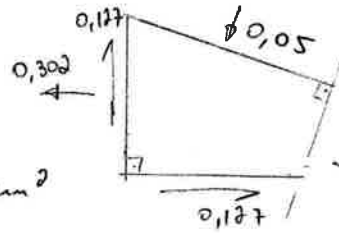
$\tau_{xy} = 0{,}127$



$$C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

$C = 0{,}151$

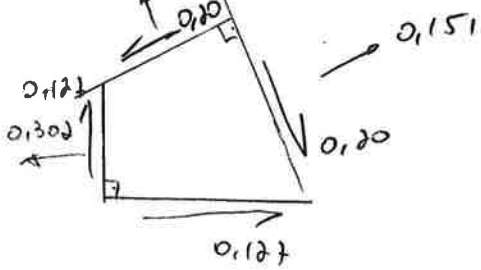
$$r = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 0{,}197$$



$\sigma_1 = C + r = 0{,}348$ kN/cm²

$\sigma_2 = C - r = -0{,}046$ kN/cm²

$\tau_{máx} = -\tau_{min} = r = 0{,}197 \ \frac{kN}{cm^2}$

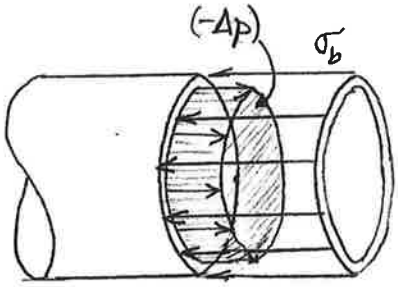


2015 mar 19

15P1Q2_basoPres

Ex.

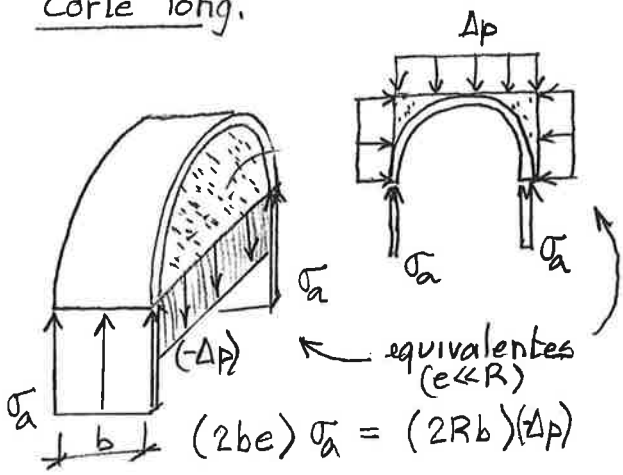
a) Corte transv.



$$(\pi R^2)(-\Delta p) = (2\pi R e)\,\sigma_b$$

$$\boxed{\sigma_b = -\frac{R\,\Delta p}{2e}} \quad \text{(compressão)}$$

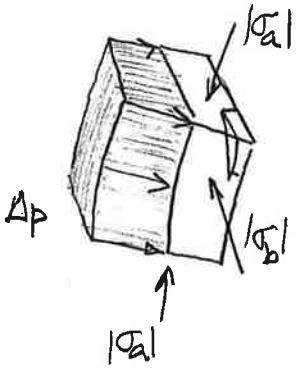
Corte long.



$$(2be)\,\sigma_a = (2Rb)(\Delta p)$$

$$\boxed{\sigma_a = -\frac{R\,\Delta p}{e}} \quad \text{(compressão)}$$

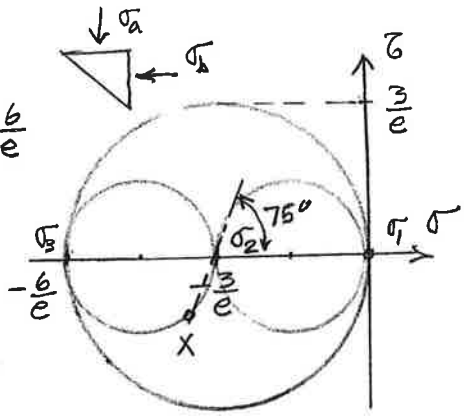
b)



$$\sigma_a = -\frac{R\Delta p}{e} = \frac{-30 \times 0{,}2}{e} = -\frac{6}{e}$$

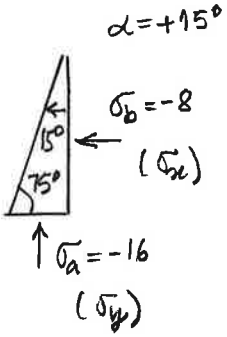
$$\sigma_b = \frac{\sigma_a}{2} = -\frac{3}{e}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{0 - \sigma_a}{2} = \frac{3}{e}$$



$$\tau_{max} \leq \bar{\tau} \Rightarrow \frac{3}{e} \leq 8 \Rightarrow e = \frac{3}{8} = 0{,}375\,cm$$

c)

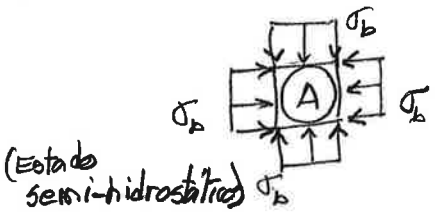


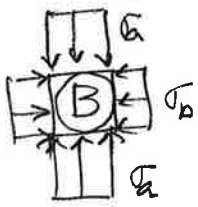
$$\sigma_a = -\frac{6}{3/8} = -16 \qquad \sigma_b = -\frac{3}{3/8} = -8$$

$$\sigma(15°) = \frac{-8-16}{2} + \frac{-8+16}{2}\cos 30° + 0 = -8{,}53\ \frac{kN}{cm^2}$$

$$\tau(15°) = -\left(\frac{-8+16}{2}\right)\sin 30° + 0 = -2{,}00\ \frac{kN}{cm^2}$$

d) A posição A é mais adequada estruturalmente por que as tensões normais são uniformes e menores (aproximada/e metade) que a tensão normal máxima em B, o que reduziria a concentração de tensões na posição A.

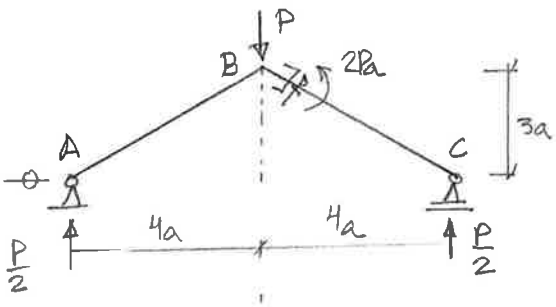


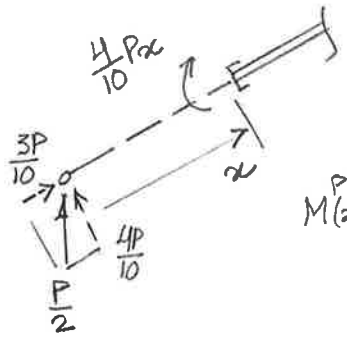


2015 may 19

15P1Q3_T2Castig

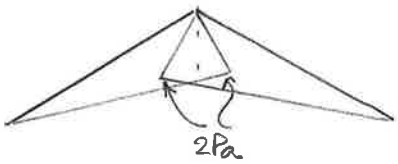
a)





$$M^P(x) = \frac{2}{5}Px$$

M_P



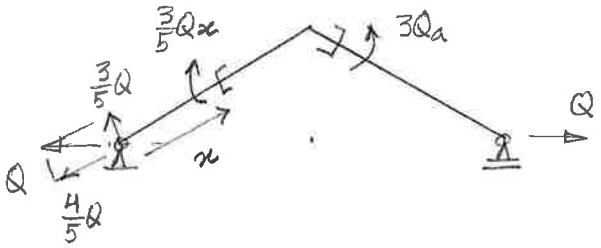
$$\mathcal{U}^a = \cancel{2}\int_0^{5a} \frac{\left(\frac{2}{5}Px\right)^2}{\cancel{2}EI}\,dx = \frac{1}{EI}\int_0^{5a} \frac{4}{25}P^2x^2\,dx$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{4}{25}P^2\frac{x^3}{3}\right]_0^{5a} = \frac{20}{3}\frac{Pa^3}{EI} \quad (\downarrow)$$

b) $$v_B = \frac{\partial \mathcal{U}^a}{\partial P} = \frac{40}{3}\frac{Pa^3}{EI}$$

c) Q: carga fictícia

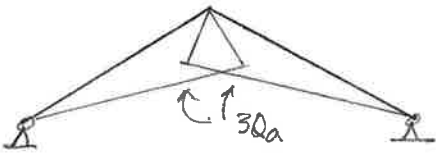
$$M(x) = M^P(x) + M^Q(x) = (2P+3Q)\frac{x}{5}$$



$$\mathcal{U}^b(P,Q) = \cancel{2}\int_0^{5a} \frac{(2P+3Q)^2x^2}{\cancel{2}EI \times 25}\,dx = \left[\frac{(2P+3Q)^2x^3}{75\,EI}\right]_0^{5a}$$

$$= \frac{5a^3}{3EI}(2P+3Q)^2$$

M_Q

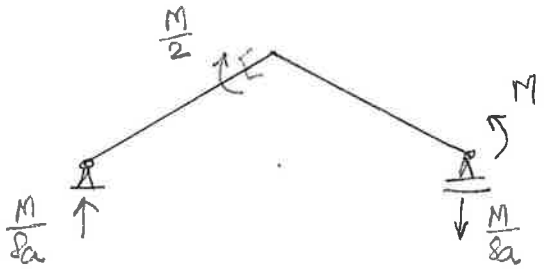


$$v_B = \left.\frac{\partial \mathcal{U}^b}{\partial P}\right|_{Q=0} = \frac{5a^3}{3EI}2(2P) = \frac{40Pa^3}{3EI} \quad ✓$$

$$u_C = \left.\frac{\partial \mathcal{U}^b}{\partial Q}\right|_{Q=0} = \frac{5a^3}{3EI}\left[2(2P+3Q)3\right] = \frac{60Pa^3}{3EI} \quad (\rightarrow)$$

---

d) M: momento fictício.

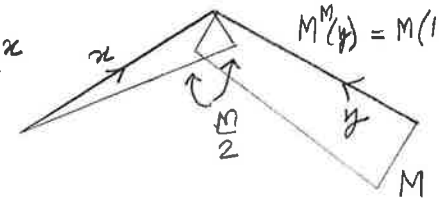


$$\mathcal{U}^c(P,M) = \int_0^{5a} \frac{\left(\frac{2Px}{5} + \frac{Mx}{10a}\right)^2}{2EI}dx + \int_0^{5a} \frac{\left(\frac{2}{5}Py + M - \frac{M}{10a}y\right)^2}{2EI}dy$$

$$= \int_0^{5a} \frac{\left(\frac{2}{5}P + \frac{M}{10a}\right)^2x^2}{2EI}dx + \int_0^{5a} \frac{\left[\left(\frac{2}{5}P - \frac{M}{10a}\right)y + M\right]^2}{2EA}dy$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{20}{3}P^2 + \frac{5}{3}M^2a + 5PMa^2\right]$$

$M^M(x) = \frac{M}{10a}x$



$M^M(y) = M\left(1 - \frac{y}{10a}\right)$

$$\varphi_C = \left.\frac{\partial \mathcal{U}^c(P,M)}{\partial M}\right|_{M=0} = \frac{5Pa^2}{EI} \quad (\circlearrowleft)$$