Nome: _____ Nº USP: _____

(Colocar nome em todas as folhas!)

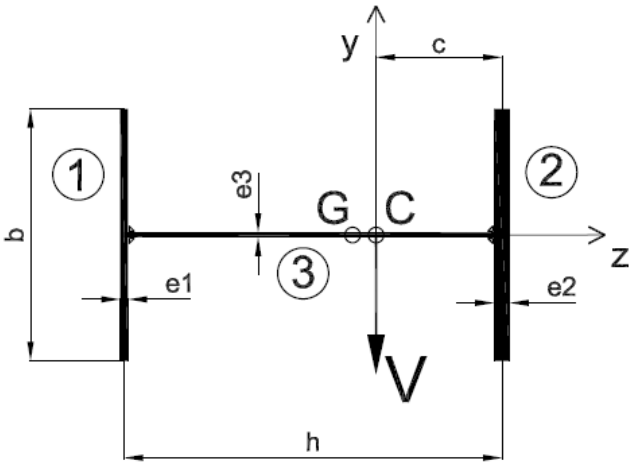
3ª Prova— 1º semestre de 2011

1ª Questão (3,5 pontos)

A seção transversal indicada na figura ao lado é formada por 3 trechos: (1) e (2) são verticais, com espessuras e_1 e e_2 e comprimento b; e (3) é horizontal, com espessura e_3 e comprimento h. Para a força cortante V vertical passando pelo centro de cisalhamento C, demonstre que

$$V_1 = \frac{I_{z1}}{I_{z1} + I_{z2}} V; \quad V_2 = \frac{I_{z2}}{I_{z1} + I_{z2}} V; \quad V_3 = 0.$$

onde V_i, é a parcela de V absorvida pelo trecho (i), $i = 1,2,3$, da seção transversal e I_{zi} são os momentos de inércia de cada trecho em relação ao eixo horizontal z que passa pelo baricentro.

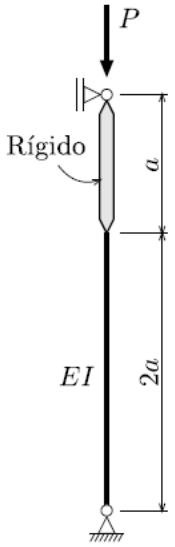


Em seguida, adotando: $b = 40\,\text{cm}$; $e_1 = 1{,}25\,\text{cm}$; $e_2 = 2{,}5\,\text{cm}$; $h = 60\,\text{cm}$; $e_3 = 0{,}8\,\text{cm}$, determine a posição do centro de cisalhamento C e calcule o valor de V correspondente à uma tensão tangencial máxima de $1{,}2\,\text{kN/cm}^2$.

(Sugestão: Construa o diagrama de $\bar{S}$ e determine as resultantes de fluxo em cada trecho da seção).

2ª **Questão** (3,5 pontos)

Deduza a expressão do comprimento de flambagem da coluna ao lado mediante o emprego da equação da linha elástica.



[3ª Prova, 1º semestre de 2011] Nome: _____ Nº USP: _____

3ª **Questão** (3,0 pontos)

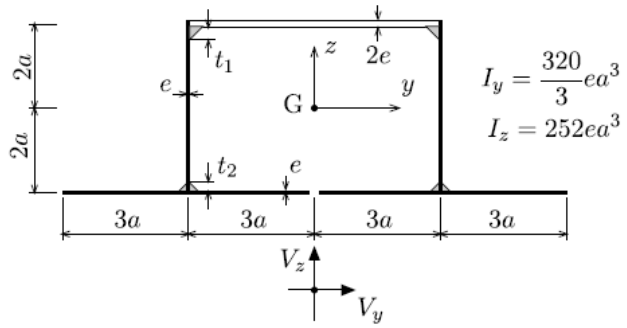
A seção transversal da figura está sujeita a forças cortantes nas direções principais y e z. Determine as espessuras t_1 e t_2 dos filetes de solda nos seguintes casos:

a) força cortante V_y atuando separadamente;

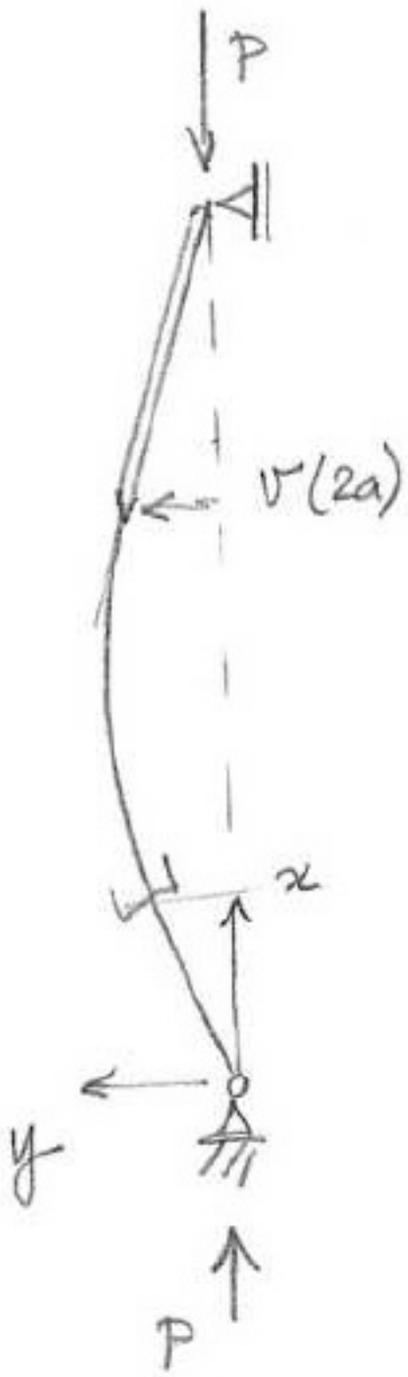
b) força cortante V_z atuando separadamente;

c) forças V_y e V_z atuando simultaneamente.

São dados: $V_y = 60\,\text{kN}$, $V_z = 40\,\text{kN}$, $a = 5\,\text{cm}$, $e = 0{,}5\,\text{cm}$ e a tensão admissível da solda, $\bar{\tau}_s = 6\,\text{kN/cm}^2$.



Equilíbrio na conf. deformada: $M(x) = P.v(x)$



$$v'' = -\frac{P\,v(x)}{EI} \Rightarrow v'' + k^2 v = 0$$

$$v(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

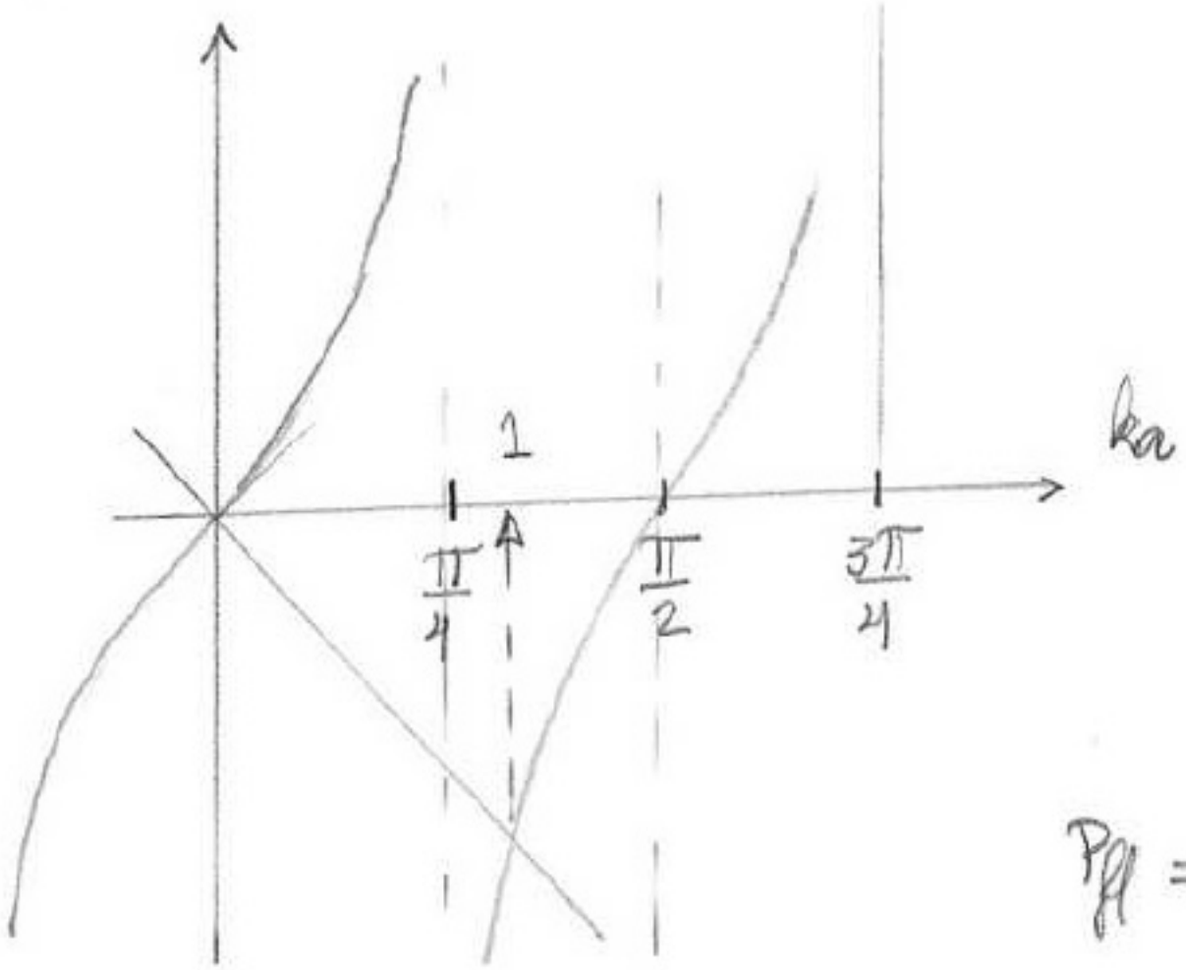
$$v'(x) = Ak \cos kx - Bk \sin kx$$

CC:

$$v(0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$v'(2a) = -\frac{v(2a)}{a}$$

$$Ak \cos 2ka = -\frac{A \sin 2ka}{a} \Rightarrow \tan 2ka = -ka$$



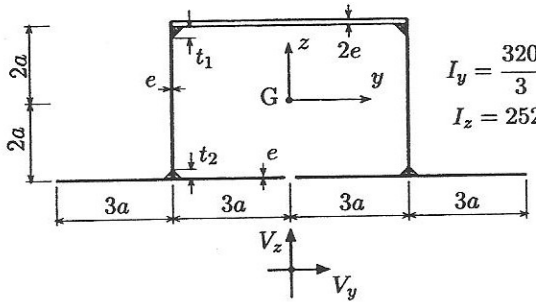
$ka = 1{,}146$

ka	tan 2ka
1	-2,18
1,1	-1,37
1,15	-1,12
1,14	-1,16
1,145	-1,142
1,146	-1,147

$$\sqrt{\frac{P}{EI}}\,a = 1{,}146$$

$$P_{cr} = \frac{1{,}146^2\,EI}{a^2} = \frac{\pi^2 EI}{\left(\frac{\pi}{1{,}146}a\right)^2}$$

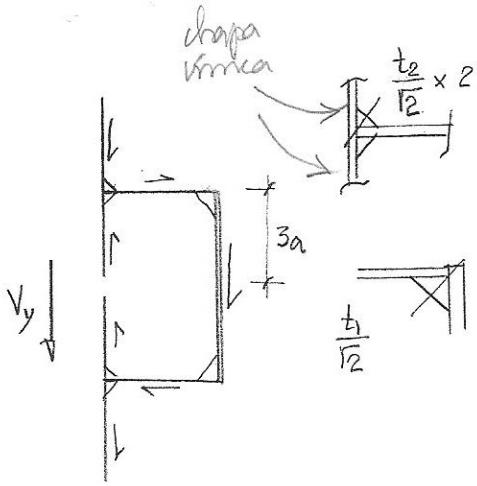
$$P_{fl} = \frac{\pi^2 EI}{(2{,}74a)^2} = \frac{\pi^2 EI}{(0{,}914\ell)^2}$$



$$I_y = \frac{320}{3} ea^3$$
$$I_z = 252 ea^3$$

$$q\,\cancel{\Delta} = \bar{\tau}_s \cdot \overbrace{(b_{res}\,\cancel{\Delta})}^{A_{res}}$$

$$\boxed{\frac{V\bar{S}}{I} = \bar{\tau}_s\, b_{res}}$$



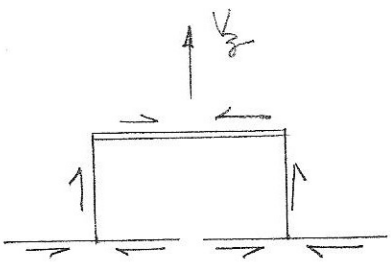
a) $V_y = 60\ kN$ $\qquad q = \frac{V_y \bar{S}_z}{I_z} = \bar{\tau}_s\, b_{res}$

t_2: $\frac{60 \times \overbrace{(6ea \cdot 3a)}^{225\,cm^3}}{252 ea^3} = 6 \times \frac{t_2}{\sqrt{2}} \times 2 \quad \left(q = \frac{4{,}29}{a} = 0{,}858\ \frac{kN}{cm}\right)$

$$t_2 = \frac{60 \times 18 \times \sqrt{2}}{252 \times 6 \times 2a} = \underline{0{,}101\ cm}$$

t_1: $\frac{60 \times (18ea^2 + 12ea^2)}{252\, ea^3} = 6 \times \frac{t_1}{\sqrt{2}} \quad \left(q = \frac{7{,}14}{a} = 1{,}429\ \frac{kN}{cm}\right)$

$$t_1 = \frac{60 \times 30 \times \sqrt{2}}{252 \times 6 \times a} = \underline{0{,}337\ cm}$$



b) $V_z = 40\ kN$ $\qquad \frac{V_z \bar{S}_y}{I_y} = \bar{\tau}_s\, b_{res}$

t_2: $\frac{40 \times \overbrace{(6ea \times 2a)}^{150\,cm^3}}{\frac{320}{3} ea^3} = 6 \times \frac{t_2}{\sqrt{2}} \times 2 \quad \left(q = \frac{4{,}50}{a} = 0{,}900\ \frac{kN}{cm}\right)$

$$t_2 = \frac{40 \times 12 \times \sqrt{2}}{\frac{320}{3} \times 6 \times 2a} = \underline{0{,}106\ cm}$$

t_1: $\frac{40 \times (12ea^2)}{\frac{320}{3} ea^3} = 6 \times \frac{t_1}{\sqrt{2}} \quad \left(q = \frac{4{,}50}{a} = 0{,}900\ \frac{kN}{cm}\right)$

$$t_1 = 2t_2 = \underline{0{,}212\ cm}$$

c) Tanto para os filetes de espessura t_1 quanto os de t_2, existem filetes em que os sentidos das tensões nos planos longitudinais se somam.

$$t_1^{(c)} = 0{,}337 + 0{,}212 = \underline{0{,}549\ cm} \qquad t_2^{(c)} = 0{,}101 + 0{,}106 = \underline{0{,}207\ cm}$$