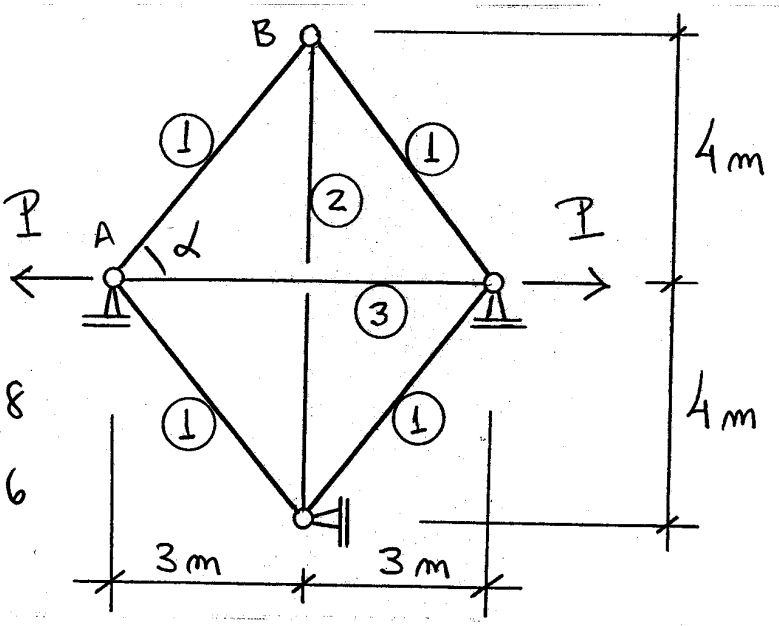
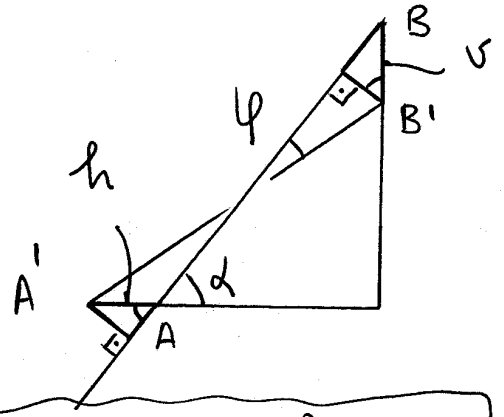
Nome: _____ **Nº:** _____ B

Para a treliça da figura, achar as forças normais N_1, N_2 e N_3. Achar também a rotação φ da barra ① (barra AB). As barras ① são infinitamente rígidas ($E\,A = \infty$). As barras ② e ③ têm um produto de rigidez axial $E\,A = 10^5$ kgf. É dado: $P = 9.100$ kgf



$$\begin{cases} \operatorname{sen}\alpha = 0{,}8 \\ \cos\alpha = 0{,}6 \end{cases}$$

Dica: Pelo fato da barra AB ser indeformável, os deslocamentos horizontal do ponto A e vertical do ponto B estão diretamente relacionados.



$$\boxed{\varphi = \frac{v\cos\alpha + h\operatorname{sen}\alpha}{5}}$$

$$\Delta\ell_1 = 0 \iff h\cos\alpha = v\operatorname{sen}\alpha$$

$$\Downarrow$$

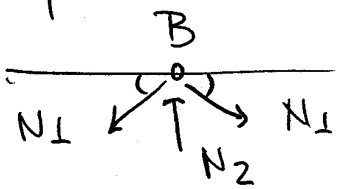
$$\boxed{3h = 4v}$$

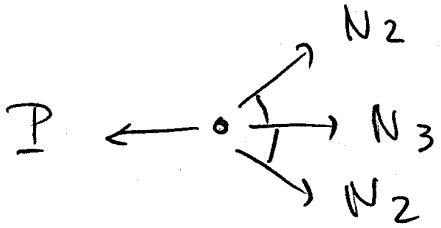
$$\Downarrow$$

$$\boxed{3\Delta\ell_3 = 4\Delta\ell_2}$$

(COMPATIBIL.)

Equilíbrio:





$$\boxed{2N_1\operatorname{sen}\alpha = N_2}$$

$$\boxed{N_3 + 2N_1\cos\alpha = P}$$

Lei de Hooke

$$\boxed{\Delta l_2 = \frac{N_2(8)}{10^5} = 2v}$$

$$\boxed{\Delta l_3 = \frac{N_3(6)}{10^5} = 2h}$$

Resolvendo

$$\begin{cases} N_1 = 2.250 \text{ kgf} \quad (T) \\ N_2 = 3.600 \text{ kgf} \quad (C) \\ N_3 = 6.400 \text{ kgf} \quad (T) \end{cases}$$

$$\begin{cases} h = \frac{1}{2} \frac{6.400(6)}{10^5} = 0{,}192 \text{ m} \\ v = \frac{1}{2} \frac{3.600(8)}{10^5} = 0{,}144 \text{ m} \end{cases}$$

$$\varphi = \frac{1}{5}\left(h \operatorname{sen}\alpha + v \cos\alpha\right) \Rightarrow \boxed{\varphi = 0{,}048 \text{ rad}}$$

B

Nome: _____ **Nº:** _____

O motor diesel de uma embarcação gera uma potência de 400 H.P. a 1.500 r.p.m. Essa potência é levada até o hélice por meio de uma linha de transmissão que consiste de dois eixos de aço, de comprimento igual a 4 m cada um, ligados entre si por uma junta universal. Um dos eixos é circular maciço, com diâmetro $\phi = 6$ cm, e o outro é circular vazado, de mesma área que o primeiro, e tal que $\phi_i = 0{,}8\,\phi_e$ (o diâmetro interno vale 80 % do externo).

a) Em cada eixo, qual é a maior tensão de cisalhamento ($\tau_{máx}$), em kgf / cm^2 ?

b) Quanto vale a rotação relativa θ (em radianos) entre as extremidades de cada eixo ?

c) Explicar (sucintamente) porque o eixo vazado tem melhor comportamento à resistência e à deformabilidade, sendo que o consumo de material é o mesmo nos dois casos.

Observação: é dado o módulo de deformabilidade transversal do aço: $G = 10^6$ kgf / cm^2

$$\begin{cases} 400\,H.P. = 400(75) = 30.000 \text{ kgf m/s} \\ 1.500 \text{ rpm} = 1500(2\pi)/60 = 157{,}0796 \text{ rad/s} \end{cases}$$

$$\therefore\ 30.000 = T(157{,}0796) \Rightarrow \boxed{T = 190{,}986 \text{ kgfm}}$$

$$A = \frac{\pi}{4}(6)^2 = \frac{\pi}{4}\left[\phi_e^2 - (0{,}8\,\phi_e)^2\right] \Rightarrow \begin{cases} \phi_e = 10 \text{ cm} \\ \phi_i = 8 \text{ cm} \end{cases}$$

Seção maciça
$$\begin{cases} I_p = \frac{\pi}{32}(6)^4 = 127{,}234 \text{ cm}^4 \\ W_t = \frac{127{,}234}{3} = 42{,}4115 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

Seção vazada
$$\begin{cases} I_p = \frac{\pi}{32}(10^4 - 8^4) = 579{,}624 \text{ cm}^4 \\ W_t = \frac{579{,}624}{5} = 115{,}925 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

Seção cheia

$$\tau_{máx} = \frac{19.098,6}{42,4115} = 450,316 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\theta = \frac{19.098,6\,(400)}{10^6\,(127,2345)} = 0,060042 \text{ rad}$$

Seção vazada

$$\tau_{máx} = \frac{19.098,6}{115,925} = 164,75 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\theta = \frac{19.098,6\,(400)}{10^6\,(579,624)} = 0,013180 \text{ rad}$$

O eixo vazado se comporta melhor:

1) à resistência, porque tem W_t maior

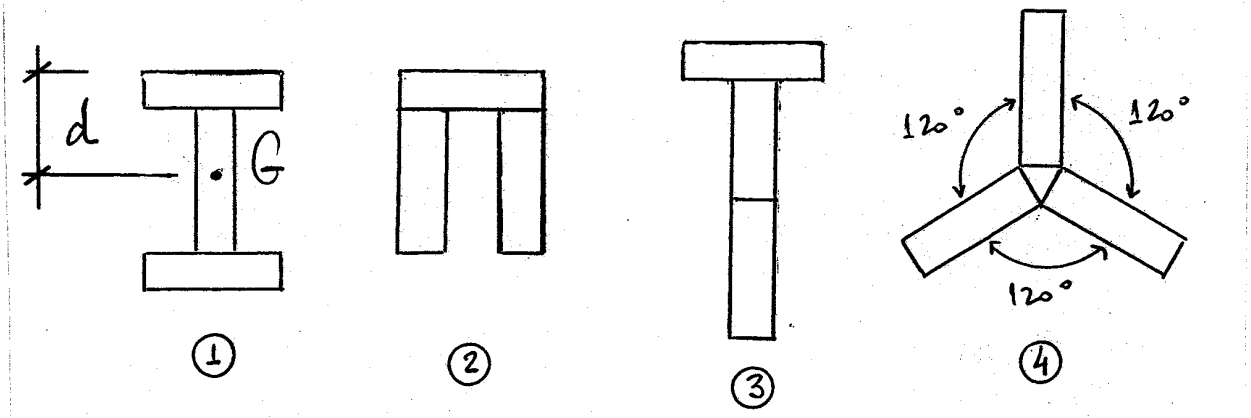
2) à deformabilidade, porque tem I_p maior

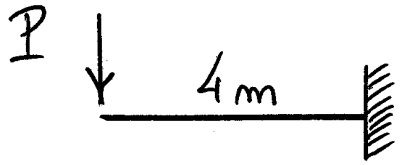
B

Nome: _____ **Nº:** _____

Dispõem-se de 3 barras prismáticas de madeira, de seção retangular (8 x 24) cm^2, e comprimento igual a 4 m. Com elas podem ser montadas pelo menos 4 vigas diferentes, cujas seções transversais estão mostradas na figura abaixo.

Pede-se o <u>valor máximo admissível</u> para a carga **P**, em cada caso. É dada a tensão normal admissível da madeira: $\overline{\sigma} = 60$ kgf / cm^2 (tração ou compressão). Desprezar o pêso próprio da viga.





$$W = \frac{M}{\overline{\sigma}} \quad \therefore \quad W = \frac{400P}{60} \quad \therefore \quad \boxed{P = 0{,}15\,W}$$

CASO	d (cm)	I (cm^4)	W (cm^3)	P (kgf)
1	20	109.568	5.478	822
2	14,666...	52.224	3.013	452
3	22,666...	175.104	5.253	788
4	26,3094	74.331	2.825	424

<u>Comentário sobre o caso 4</u>

No caso 4, como há 3 eixos de simetria, qualquer eixo central é principal de inércia.

O centróide da seção coincide com o centróide do triângulo equilátero situado no núcleo da figura.

Calcula-se o momento polar de cada peça (o qual é a soma dos momentos de inércia), e translada-se para o centróide geral, usando o teorema de Steiner.

Multiplica-se o resultado por 3 e tem-se o momento polar da seção composta.

Divide-se o momento polar da seção por 2 e tem-se o momento de inércia (porque $I_1 = I_2$).

Para achar o módulo de resistência lembrar que a fibra superior é a mais solicitada, neste caso.