

PEF – 3202 – Introdução à Mecânica dos Sólidos P1 (30/03/2016)

Nome: GABARITO nUSP: _____

Questão 1 (5,0 pontos)

Encontre as reações de equilíbrio e trace os diagramas para a viga da figura 1.

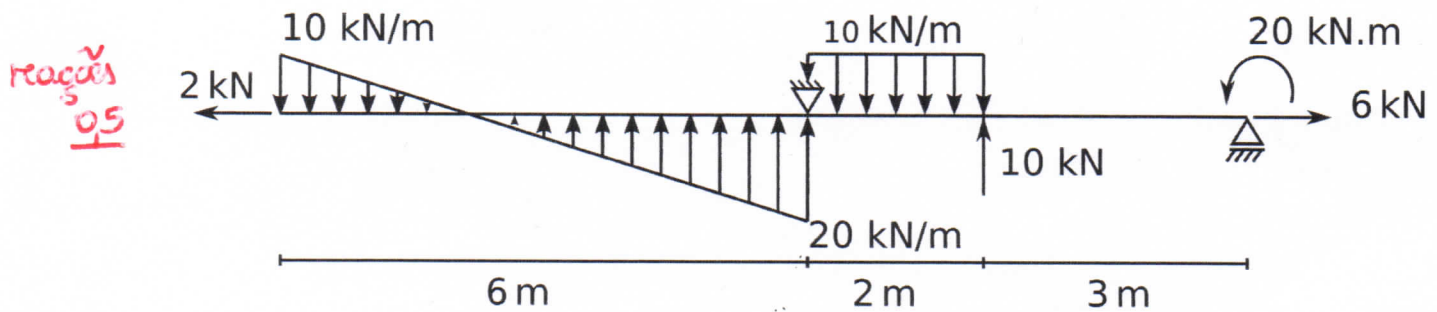
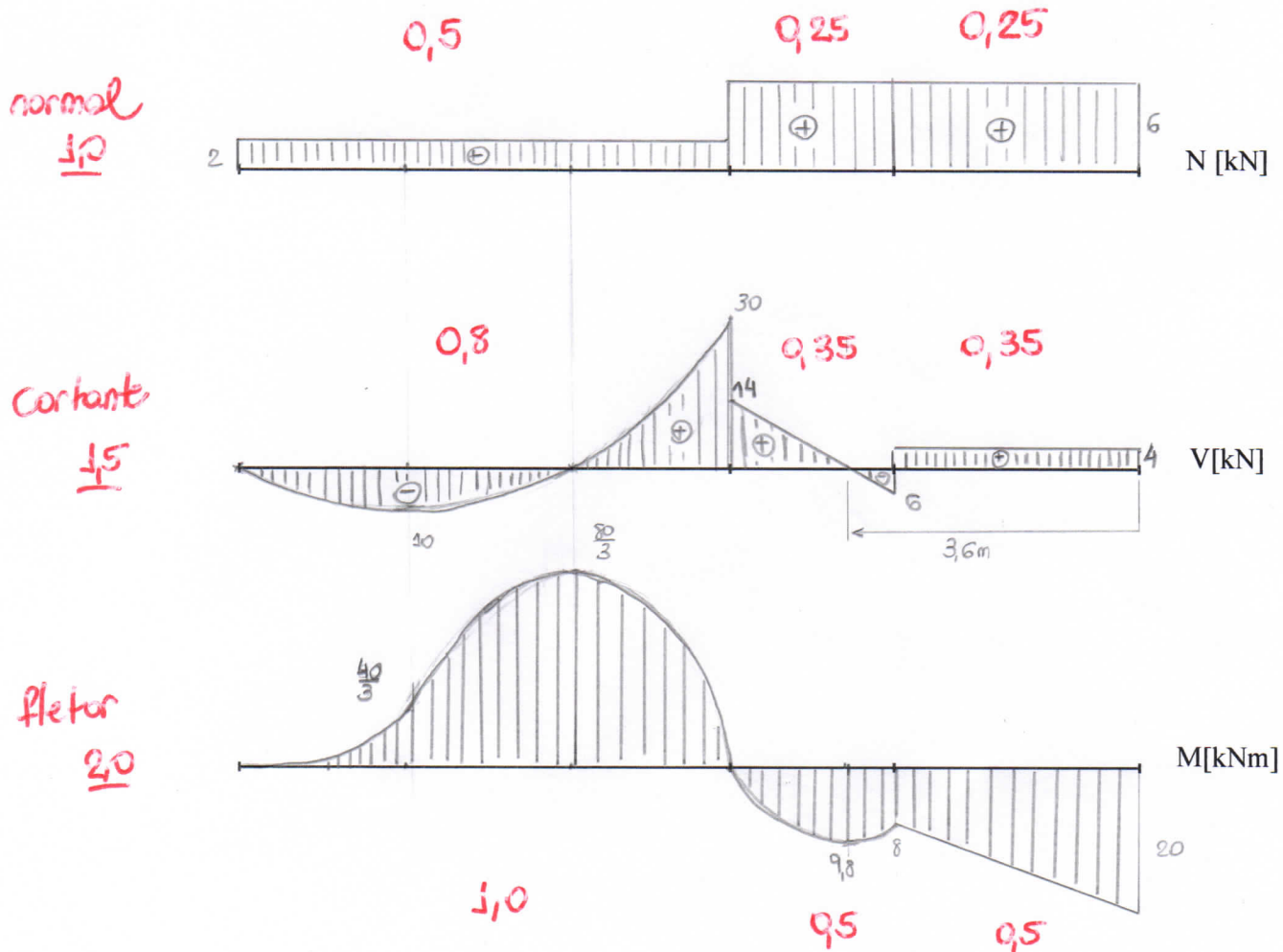


Figura 1



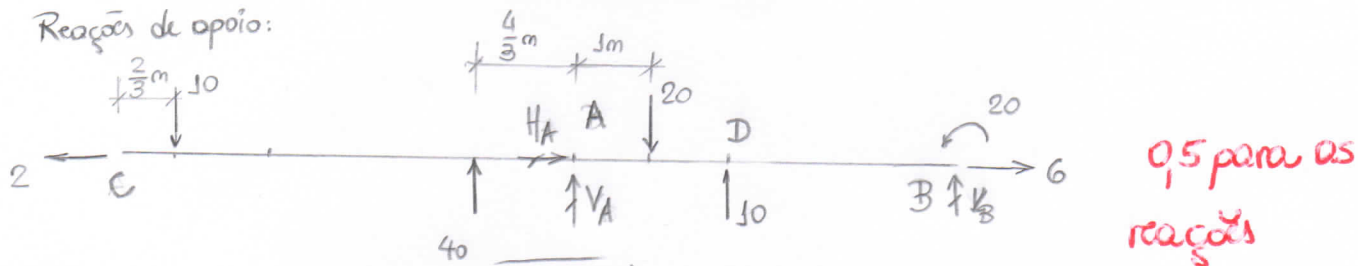
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica

PEF - 3202 - Introdução à Mecânica dos Sólidos P1 (30/03/2016)

Nome: GABARITO nUSP: _____

Espaço destinado à resolução da questão 1.



$$\sum F_H = 0 \Rightarrow -2 + H_A + 6 = 0 \Rightarrow \underline{H_A = -4 \text{ kN}}$$

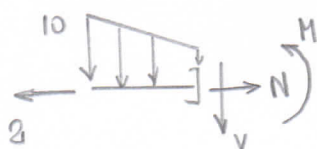
$$\sum F_V = 0 \Rightarrow -10 + 40 + V_A - 20 + 10 + V_B = 0 \Rightarrow V_A + V_B + 20 = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 10(6 - 2/3) - 40 \cdot 4/3 - 20 \cdot 1 + 10 \cdot 2 + V_B \cdot 5 + 20 = 0 \Rightarrow \frac{160}{3} - \frac{160}{3} - 20 + 20 + 5V_B + 20 = 0$$

$$\underline{V_B = -4 \text{ kN}} \quad V_A = -20 - V_B \Rightarrow \underline{V_A = -16 \text{ kN}}$$

Diagramas:

- Trecho AC (via eq. diferencial de equilíbrio):



$$\sum F_H = 0: -2 + N = 0 \Rightarrow \underline{N = 2 \text{ kN}}$$

Lembrando que $q(x) = 10 - 5x$ (obtido da reta do carregamento):

$$\frac{dV}{dx} = -q(x) \Rightarrow \frac{dV}{dx} = 5x - 10 \Rightarrow V(x) = \frac{5x^2}{2} - 10x + C_1$$

Como não há cortante na ponta, $V(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$. Logo:

$$\underline{V(x) = 2,5x^2 - 10x} \quad \text{raízes: } x=0 \text{ e } x=4 \text{ m.}$$

* $V(0) = 0$; $V(2) = -10 \text{ kN}$ (ponto em que $q(x) = 0$); $V(4) = 0$; $V(6) = 30 \text{ kN}$

E o momento:

$$\frac{dM}{dx} = V(x) \Rightarrow \frac{dM}{dx} = \frac{5x^2}{2} - 10x \Rightarrow M(x) = \frac{5x^3}{6} - 5x^2 + C_2$$

Como não há momento na ponta, $M(0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$. Logo:

$$\underline{M(x) = \frac{5x^3}{6} - 5x^2} \quad \text{raízes: } x=0 \text{ (dúbia)} \text{ e } x=6 \text{ m.}$$

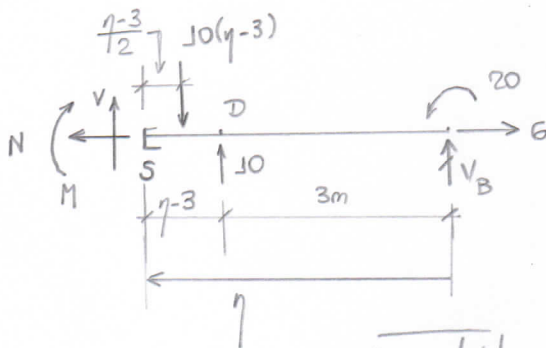
PEF – 3202 – Introdução à Mecânica dos Sólidos P1 (30/03/2016)

Nome: GABARITO nUSP: _____

Espaço destinado à resolução da questão 1.

* $M(0) = 0$; $M(2) = -\frac{40}{3}$; $M(4) = -\frac{80}{3}$; $M(6) = 0$.

- Trecho AD (pegando trecho à direita) - $3 < \eta < 5$ m:



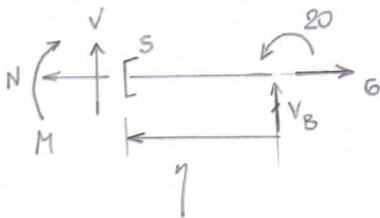
$$\sum F_H = 0: -N + G = 0 \Rightarrow \boxed{N = 6 \text{ kN}}$$

$$\sum F_V = 0: V - 10(\eta - 3) + 10 + V_B = 0 \Rightarrow V - 10\eta + 30 + 10 - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{V = 10\eta - 36}$$

$$\sum M_S = 0: -M - 10(\eta - 3) \cdot \frac{\eta - 3}{2} + 10(\eta - 3) + V_B \eta + 20 = 0$$

$$M = -5(\eta^2 - 6\eta + 9) + 10\eta - 30 - 4\eta + 20 \Rightarrow \boxed{M = -5\eta^2 + 36\eta - 55}$$

- Trecho BD (pegando trecho à direita) - $0 < \eta < 3$ m:



$$\sum F_H = 0: -N + G = 0 \Rightarrow \boxed{N = 6 \text{ kN}}$$

$$\sum F_V = 0: V + V_B = 0 \Rightarrow V - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{V = 4 \text{ kN}}$$

$$\sum M_S = 0: -M + 20 + V_B \eta = 0 \Rightarrow \boxed{M = 20 - 4\eta}$$

Diagramas na primeira página.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica

PEF – 3202 – Introdução à Mecânica dos Sólidos P1 (30/03/2016)

Nome: _____ nUSP: _____

Questão 2 (5,0 pontos)

Encontre as reações de equilíbrio e trace os diagramas para a viga poligonal da figura 2. A estrutura é composta de um arco e as duas vigas inclinadas são tangentes ao arco. No arco, determine as expressões em função de α , começando na horizontal. Observe que existe uma articulação entre o arco e o trecho inclinado da direita.

$\text{sen } \theta = 4/5$ $\text{Raio} = 2,5\text{m}$
 $\text{cos } \theta = 3/5$

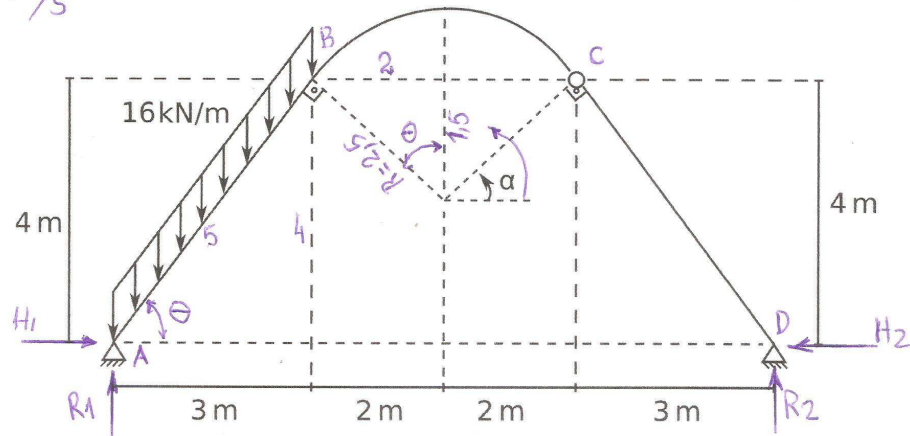
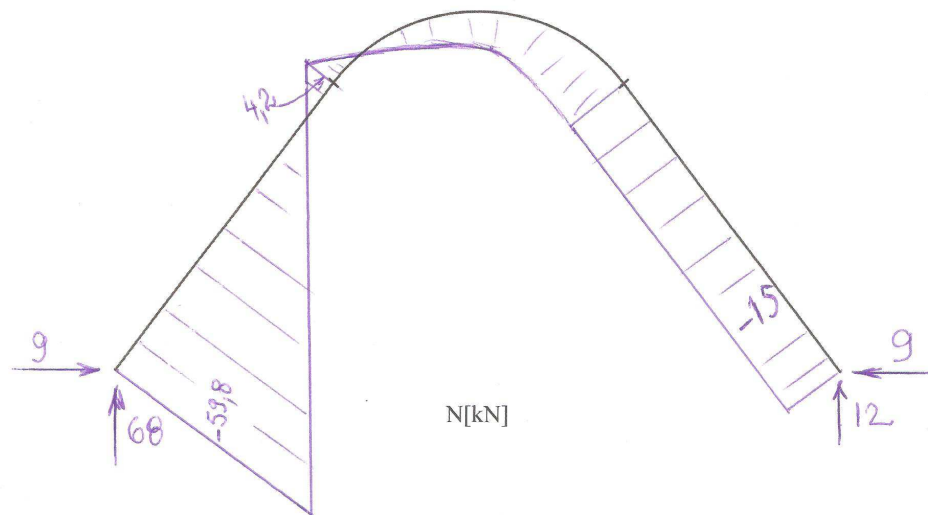
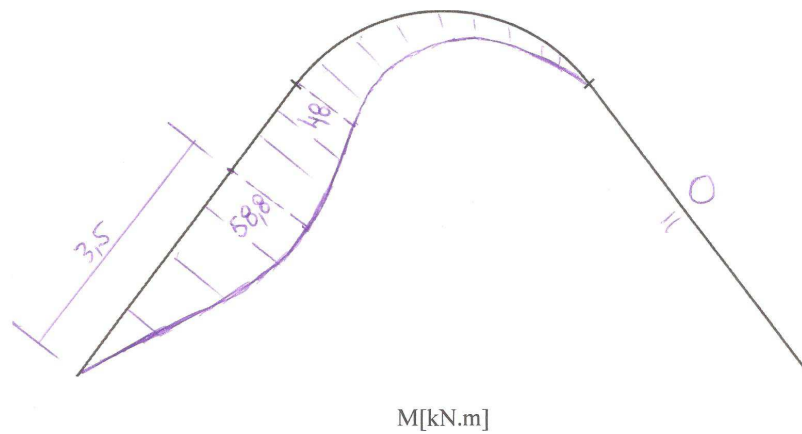
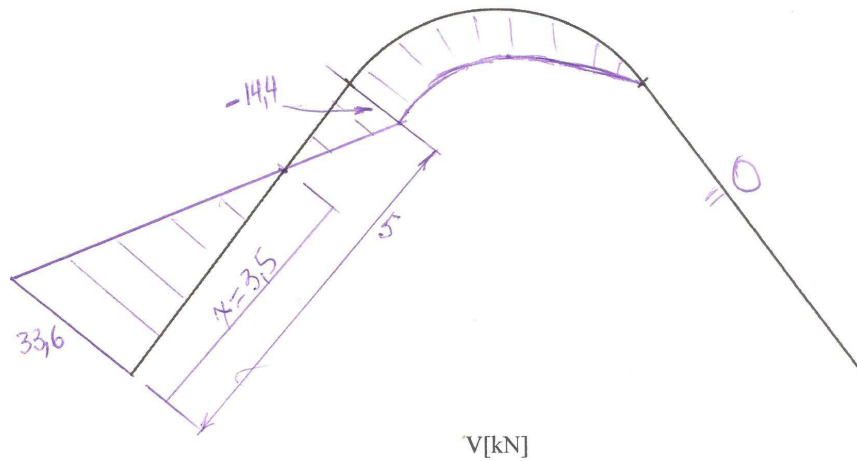


Figura 2



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica

PEF – 3202 – Introdução à Mecânica dos Sólidos P1 (30/03/2016)
 Nome: _____ nUSP: _____



$$N = -12 \cos \alpha - 9 \sin \alpha$$

$$V = -12 \sin \alpha + 9 \cos \alpha$$

$$M = 37,5 - 30 \cos \alpha - 22,5 \sin \alpha \quad (+ \text{tração do lado interno})$$

válido para $\alpha > \beta$ ($\beta = \arcsin 3/5$)

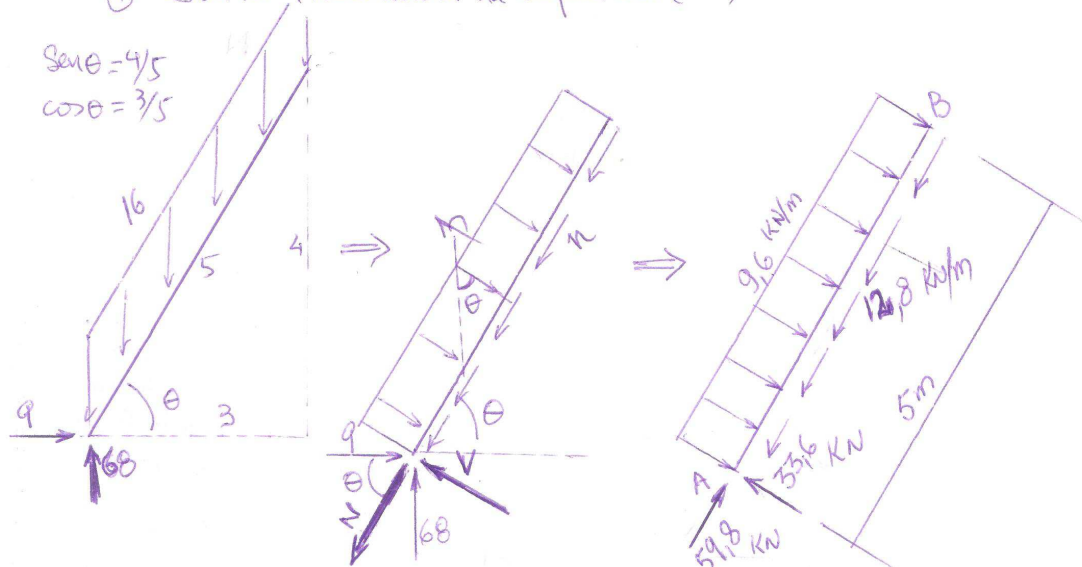
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica

PEF – 3202 – Introdução à Mecânica dos Sólidos P1 (30/03/2016)
 Nome: _____ nUSP: _____

Espaço destinado à resolução da questão 2.

$$\begin{aligned}
 R_1 - 16,5 + R_2 &= 0 \rightarrow R_1 - 80 + 12 = 0 \rightarrow \boxed{R_1 = 68} \\
 H_1 - H_2 &= 0 \rightarrow H_1 = H_2 \rightarrow \boxed{H_1 = 9} \\
 M_A = 0 \quad 16,5 \cdot 1,5 - R_2 \cdot 10 &= 0 \rightarrow \boxed{R_2 = 12} \\
 M_C = 0 \quad -R_2 \cdot 3 + H_2 \cdot 4 &= 0 \rightarrow H_2 = \frac{R_2 \cdot 3}{4} = \frac{12 \cdot 3}{4} \rightarrow \boxed{H_2 = 9} \\
 &\text{(articulação)}
 \end{aligned}$$

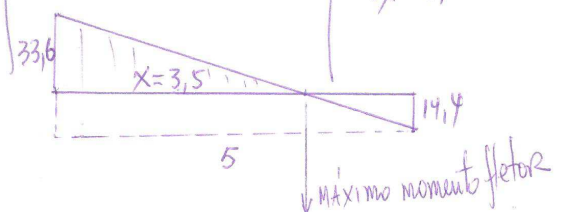
① Barra inclinada da esquerda (AB)

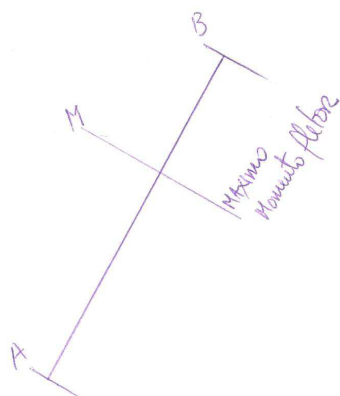


$$\begin{aligned}
 p &= 16 \cos \theta = 9,6 \text{ kN/m} \\
 n &= 16 \sin \theta = 12,8 \text{ kN/m} \\
 N &= -9 \cos \theta - 68 \sin \theta = -59,8 \text{ kN} \\
 V &= -9 \sin \theta + 68 \cos \theta = 33,6 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_A &= -59,8 \\
 N_B &= -59,8 + 12,8 \cdot 5 = 4,2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_A &= 33,6 \\
 V_B &= 33,6 - 9,6 \cdot 5 = -14,4
 \end{aligned}$$





$$M_A = 0$$

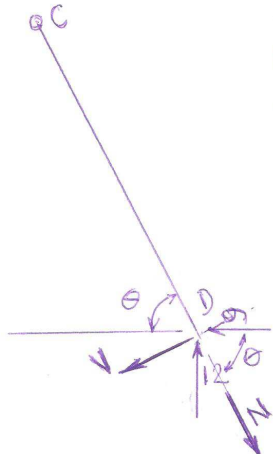
$$M_M = \text{área da força cortante (A-M)} = \frac{33,6 \cdot 3,5}{2} = 58,8 \text{ kN.m}$$

$$M_B = M_M - \text{área da força cortante (M-B)} = 58,8 - \frac{14,4 \cdot 1,5}{2} = 48 \text{ kN.m}$$

$$\text{ou } M_B = 33,6 \cdot 5 - 9,6 \cdot 5 \cdot 2,5 = 48 \text{ kN.m}$$

(direita) (esquerda)

② Barra inclinada da direita (CD)

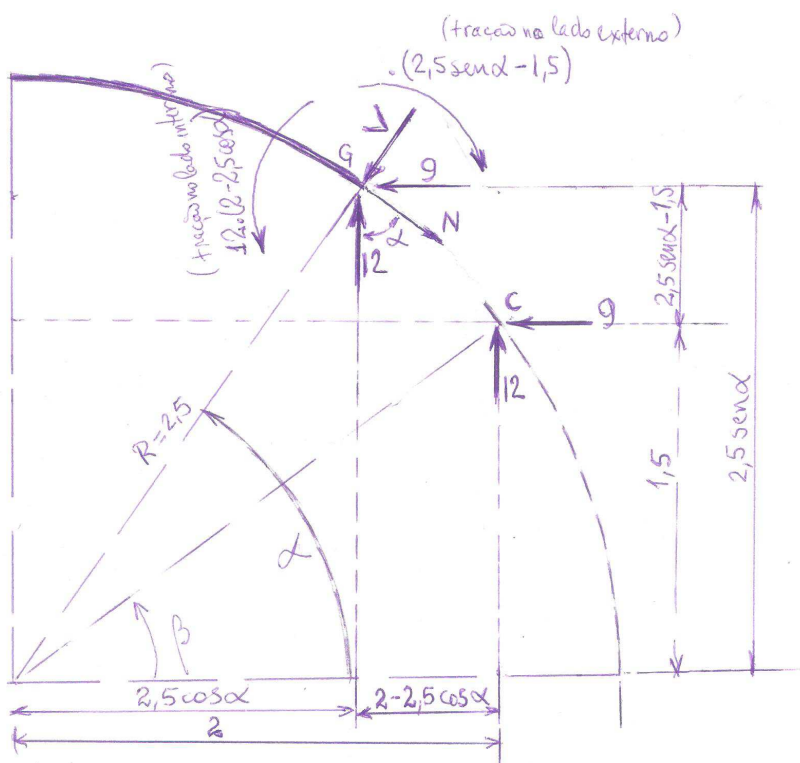


$$N = -9 \cos \theta - 12 \sin \theta = -15 \text{ kN}$$

$$V = 9 \sin \theta - 12 \cos \theta = 0$$

Portanto, na barra CD só tem N .

Cortante V e Fletor M são nulos em toda a barra.



Transferindo as forças 9 e 12 para um ponto G numa posição α vem:

$$N = -12 \cos \alpha - 9 \sin \alpha$$

$$V = -12 \sin \alpha + 9 \cos \alpha$$

$$M = +12 \cdot (2 - 2,5 \cos \alpha) \quad (\text{tração lado interno})$$

$$- 9 \cdot (2,5 \sin \alpha - 1,5) \quad (\text{tração lado interno})$$

$$M = 37,5 - 30 \cos \alpha - 22,5 \sin \alpha$$

(+ tração do lado interno)

para $\alpha > \beta$

$$(\sin \beta = 3/5, \cos \beta = 4/5)$$