MAP 2121 - CÁLCULO NUMÉRICO (POLI)

Prova Substitutiva - 20/12/04 - Duração: 2 horas

Questão 1 (2.5 pontos):

Resolvendo o sistema linear:

$$\begin{bmatrix} 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 1.0 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.6 \\ 1.7 \end{bmatrix}$$

pelo método de eliminação de Gauss com condensação pivotal e aritmética de ponto flutuante com 2 algarismos significativos obtivemos a matriz triangularizada a seguir (com os multiplicadores em suas respectivas posições):

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.4 & 0.3 \\ 0.4 & 0.14 & 0.08 \\ 0.3 & 0.57 & -0.036 \end{bmatrix},$$

o vetor de permutações $p_1 = 3$ e $p_2 = 3$ (ou seja, no primeiro e segundo passo trocou-se a linha 3 com a linha pivot). Obteve-se a solução $x = (1.0, 0.93, 1.1)$. Calcule um passo de refinamento desta solução.

Questão 2 (2.5 pontos):

a) Mostre que a função $g(x) = x^2 + e^{-x}$ tem um único ponto de mínimo positivo.
b) Calcule uma aproximação para este ponto utilizando o método de Newton (calcule 3 iterações a partir de $x_0 = 1$. Mostre que o método de Newton é convergente para esta escolha de x_0.)
c) Sem determinar o valor da solução verifique se o valor determinado no item b dista menos que 10^{-3} do ponto de mínimo. Justifique.

Questão 3 (2.5 pontos):

Seja $f(x) = \int_0^x \cos y dy$.

a) Use o método de n-Simpsons para calcular os valores $f(1), f(2)$ e $f(3)$ com erro menor que 1.2×10^{-3} (justifique a escolha dos valores de n). (Dado: o erro na integração por n Simpsons é limitado por $max_{x \in [a,b]} |f^{(4)}(x)| h^4 (b-a)/180$)

b) Determine o polinômio interpolador (de grau menor ou igual a 3) de f nos pontos 0, 1, 2 e 3 (usando os valores calculados no ítem a).

Questão 4 (2.5 pontos):

Determine os 3 primeiros polinômios mônicos ortogonais em relação ao produto interno $< f, g >= \int_0^1 \frac{f(x)g(x)}{\sqrt{x}} dx$. Utilize-os para determinar o polinômio de grau menor ou igual a 1 que melhor aproxima $f(x) = x^2 - 6x/7 + 3/35$ segundo o Método dos mínimos quadrados referente ao produto interno dado.