Resumo Física 4 P.3. Matheus Theodoro.

Princípio de incerteza de Heisenberg.

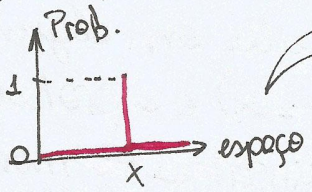
Esse princípio nos diz que não há como saber simultaneamente a posição e a velocidade exata de um objeto.

Para explicar isso voltaremos à ideia de que tudo se comporta como onda e partículo ao mesmo tempo.

⇨ Dualidade onda - partículo

→ Partículas por definição existem em um único lugar a todo instante de tempo. Calma...

Plote um gráfico da probabilidade de encontrar um objeto em um lugar específico x:



Ou seja: 100% de chance de encontrá-lo onde ele está e 0% em qualquer outro lugar.

→ Ondas são perturbações que se propagam pelo espaço.

↳ Identificar algumas propriedades dessas ondas é fácil, por exemplo: distância entre dois vales ou dois picos (comp. de onda) λ.

Porém, não é possível atribuir a esses vales uma posição específica no espaço.

∩. E por que não vemos essa dualidade no cotidiano?

$E = h \cdot f$ $\quad p = \frac{E}{c} \Rightarrow$ $\boxed{p = \frac{h}{\lambda}}$ ← De Broglie

No dia-a-dia os objetos costumam ter grandes momentos frente a um fóton devido à grande massa.

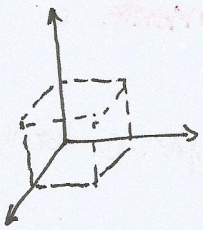
$\uparrow p \downarrow \lambda$ -- $\downarrow p \uparrow \lambda$ ⇝ O comp. de onda desses objetos é minúsculo e não pode ser detectado, já o do fóton pode.

- Então para uma onda é fácil medir seu λ e, portanto seu momento, porém não há como saber sua posição
- Mas para uma partículo é fácil saber sua posição, porém não há como saber seu momento: momento.

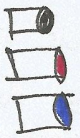
Mesclar essas coisas deve resultar em algo, certo?

Receita para misturar as coisas:

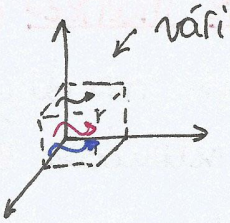
- Considere uma pequena volume no espaço:



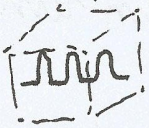
- Dispare vários comp. de onda por este volume:

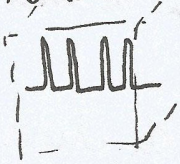


lasers! ↗

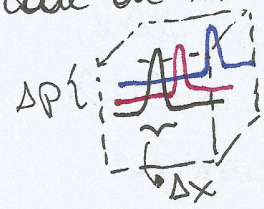


↝ isso dará ao objeto quântico uma possibilidade de ter momento igual a alguma dessas ondas. Além disso, somando-as haverá interferência assim haverão picos construtivos e cancelamentos



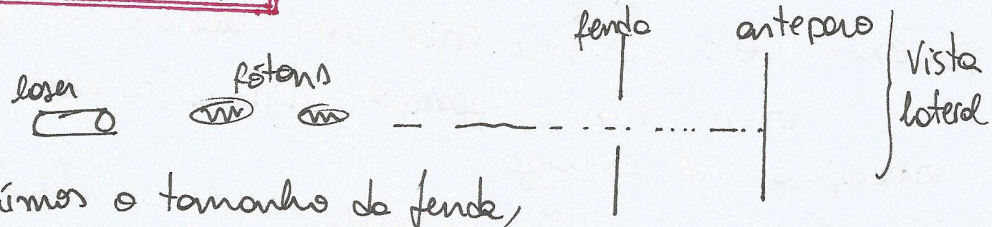
quanto mais ondas somar, mais estreitos ficarão os regiões ondulados  e assim teremos um pequeno pacote de onda com λ conhecido.

Então existe a probabilidade de encontrar a partícula em algum lugar nesse pacote de onda (incerteza na posição $-\Delta x$) e a probabilidade de ter um momento de algum dos ondas somados (incerteza no momento Δp)



$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \quad \left(\text{ou } \frac{\hbar}{2}\right)$$

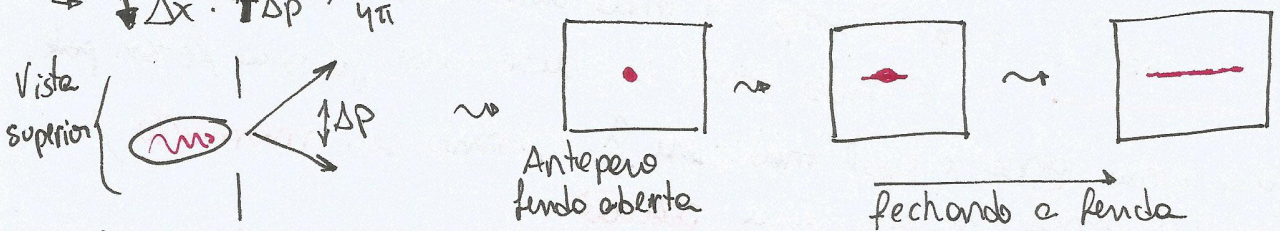
Exemplo experimental:



Note que quando diminuímos o tamanho da fenda, diminuímos a incerteza na posição do fóton.

↓ Δx ↳ e para não quebrar o princípio e a inequação, a incerteza no momento deve crescer, causando o espalhamento do feixe de luz no anteparo.

→ ↓Δx · ↑$\Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$

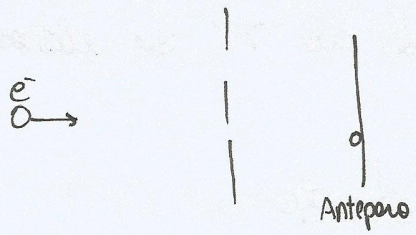


Semelhante / Análogo p/ Energia e tempo: $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$

Exercícios: Q2. P3. 2010 / Q2. P3 2008 / P3. P3. 2013 item b / P3. 2007 Q. 3.3.

Superposição

Voltando à experiência de fendas duplas, suponha que ao invés de luz, fosse disparado um elétron:



Senso comum nos diz que o elétron passaria apenas por <u>uma</u> das fendas. Porém, só sabemos onde o elétron está quando disparamos ele, ou quando ele bate no anteparo, não fazemos ideia do que acontece no meio do caminho. A experiência nos diz que o elétron passará pelas <u>duas</u> fendas e formará a figura de franjas de interferência. Sim, <u>O</u> elétron passará pelas <u>duas</u> fendas. Isto é, mesmo disparando um elétron de cada vez e esperando dez mil anos entre os disparos, ainda sim formarão figuras de interferência.

O Elétron é uma partícula <u>e</u> uma onda, porém, só vemos ele na linha de largada e de chegada, por isso ele aparece como um ponto no anteparo. Estar em 2 lugares ao mesmo tempo é uma <u>superposição</u> de estados. Isto é equivalente ao <u>gato de schrödinger</u>

- Coloque um gato com uma bomba numa caixa e tampe. Enquanto a caixa estiver fechada o gato está vivo <u>e</u> morto numa <u>superposição</u> de estados. Porém, ao abrir a caixa só vemos 1 resultado: 😺 ou 💀

Neste mundo de incertezas só nos resta calcular probabilidades...

Equação de Schrödinger

Define-se ψ_1 como a <u>função de onda</u> para a fenda 1 aberta e a 2 fechada. A mesma coisa p/ ψ_2: 2 aberta 1 fechada.

ψ é em geral complexa e possui um papel análogo ao do campo elétrico na experiência de Young

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + \psi_2) \quad \sim \text{2 fendas abertas} = \text{combinação linear de } \psi_1 \text{ e } \psi_2$$

Não há como medir Ψ diretamente, pois, como dito anteriormente, ao tentar verificar o estado em uma superposição, só há 1 resultado: gato vivo ou morto → destruição da superposição.

Nesse caso, há o colapso da função de onda.

? Muitas fórmulas, o que sobra? Como usar? ?

OBS: Dúvidas ⇒ Olhar caderno do Sérgio.

Passo a passo:

São 2 funções: Ψ ⇒ função de onda dependente do tempo (x,t)

ψ ⇒ função de onda independente do tempo (x)

1) $$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx}+V(x)\psi(x)=E\cdot\psi(x)$$ → Eq. de S. Independente do tempo

V → energia potencial

E → energia do corpo

2) $$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}+V(x)\cdot\Psi(x,t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$$ → Dependente do tempo

$i=\sqrt{-1}$

3) $$\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}=-k^2A\cdot e^{(ik-wt)}$$ → $k^2=\frac{w^2}{v^2}$

4) $$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}=-\frac{w^2}{v^2}\psi(x)$$

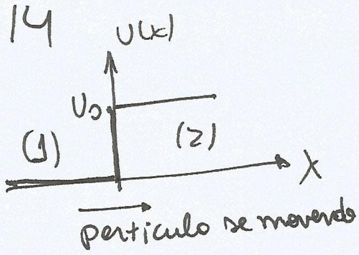
- Propriedades das soluções de $\psi(x)$

1) $\psi(x)$ sempre contínua 2) $\psi(x)\to 0$ quando $x\to\pm\infty$

3) $\frac{d\psi(x)}{dx}$ é contínua quando $V(x)$ for finito.

Resolução Ex 3 P3 2014

Partícula: { massa m, energia E cte



a) Eq. de S. indep. do tempo p/ região (2)?

Como $V\neq 0$ escrevemos a equação inteira

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_2}{dx^2}+V_0\cdot\psi_2=E\psi_2$$ (V_0 cte)

b) Solução geral da Eq de S p/ $E > U_0$ região 2.
Qual solução é fisicamente aceitável?

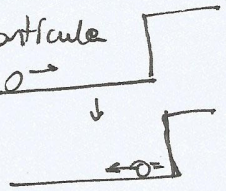
R: Vamos isolar $\frac{d^2\psi_2}{dx^2}$ na eq do item(a) ⇒

$$\Rightarrow \frac{d^2\psi_2}{dx^2} = -\frac{(E-U_0)\cdot 2m}{\hbar^2} \equiv -k_2^2\,\psi_2 \quad (4)$$

$$\therefore k_2 = \frac{\sqrt{2m(E-U_0)}}{\hbar}$$

OBS teórica: $\psi_+(x) = Ae^{ik_2x}$ e $\psi_-(x) = Be^{-ik_2x}$ são soluções da eq.
solução geral (lembre da calc.4): $\boxed{\psi(x) = Ae^{ik_2x} + Be^{-ik_2x}}$ (5)

Voltando ao exercício: Be^{-ik_2x} não é uma solução possível pois corresponde à uma partícula andando no sentido negativo de x.
Isso só seria possível na região(1) devido a possibilidade de ser refletido pelo potencial.



A partícula não consegue atravessa o potencial e volta como se fosse um muro, uma barreira

$$\therefore \underline{B = 0}$$

$$\text{S.G} \Rightarrow \underline{\psi(x) = A\cdot e^{ik_2x}}$$

c) igual item(b) porem p/ $E < U_0$ região (2)

R: $\psi(x) = Ce^{ik_2x} + De^{-ik_2x}$ → s.G. encontrado no itemA

note que $k_2 = \frac{\sqrt{2m(E-U_0)}}{\hbar}$ → $E-U_0$ agora é negativo pois $E < U_0$ como o enunciado disse.

$\therefore k_2$ será um número multiplicando i $(i = \sqrt{-1})$ ⇒ $k_2 = \underbrace{a}_{\text{cte qqr}}\cdot i$

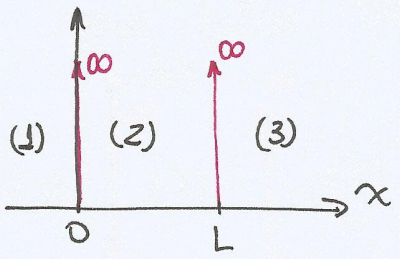
$$\psi(x) = C\cdot e^{i\cdot a\cdot ix} + D\cdot e^{-i\cdot i\cdot a\cdot x} = C\cdot e^{-ax} + \underbrace{D\cdot e^{ax}}_{\text{Exponencial positiva}}$$

diverge quando $x \to \infty$

$\therefore \boxed{D = 0}$ p/ o resultado não ser ∞ e ser fisicamente possível.

OBS: Outra solução p/ este item a resolução do prova (Polishere)

Outra Situação possível: Poço infinito



Em (1) e (3) $E = E_{cin} + E_{pot} = \infty$

A partícula não pode estar nestas regiões

Em (2): $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_2}{dx^2} = E\psi_2(x)$

$\therefore k^2 = \frac{2m \cdot E}{\hbar^2}$

↳ $\psi_2(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$

↳ $e^{ikx} = \cos(kx) + i\,\mathrm{sen}(kx)$ $\therefore$ $\boxed{\psi_2(x) = A\,\mathrm{sen}(kx) + B\cos(kx)}$

Condições de contorno:

$\psi_2(0) = 0$ $\psi_2(L) = 0$

↳ $B = 0$ ↳ $0 = A\,\mathrm{sen}(kx) \Rightarrow k \cdot L = n\pi$; $n = 1, 2, 3\ldots$

$\therefore \psi_n(x) = A\,\mathrm{sen}\left(\frac{n\pi}{L} \cdot x\right)$

Normalização:

$\int_0^L |\psi(x)|^2 dx = 1 \Rightarrow \int_0^L A^2\,\mathrm{sen}^2\left(\frac{n\pi}{L} \cdot x\right) dx = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{L}}$

$|\psi(x)|^2$: densidade de probabilidade

$\boxed{\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\mathrm{sen}\left(\frac{n\pi}{L} \cdot x\right)}$

$k^2 = \frac{2m \cdot E}{\hbar^2} = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2$ $\therefore$ $\boxed{E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 \cdot n^2}{2mL^2}}$

Obs: No caderno do Sérgio existem outras possibilidades porém basta aplicar a mesma lógica vista nos 2 exemplos

Exercícios: Q3. P3. 2014 (já resolvi, porém olhar resolução) ← tem que passar

P3. 2013. Q4 / P3. 2012. Q1 e Q2 / P3. 2011. Q2 (a e b) e Q3 /

P3. 2010 Q4 / P3. 2009. Q3 / P3. 2008. Q3 / P3. 2005. Q1 /

P3. 2007 Q3. 1

Normalização, Probabilidade radial; Probabilidade de encontrar coisas

$|\Psi|^2$ = densidade de probabilidade

$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dV = 1$ ← lembra?

Ψ igualmente será analisado em 3D

Porém em simetria esférica

↝ $\Psi(r, \phi, \theta)$, mas a variação será apenas na variável r

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 \cdot 4\pi r^2 \, dr = 1$$

Condição de Normalização mastigada :)

(tem que a prob numa casca esférica é $|\Psi|^2 4\pi r^2 dr$) ← Aguarde exercícios!!

- Probabilidade radial:

A densidade de prob radial é $P(r) = |\psi|^2 4\pi \cdot r^2$

Para maximizar $P(r) \Rightarrow \frac{dP(r)}{dr} = 0$ ← cálculo 1!

- Probabilidade de encontrar coisas:

Basta fazer: $P = \int |\Psi|^2 dV$ e checar os extremos, por ex:

Encontra elétron à uma dist > x:

$$\int_x^{\infty} |\psi|^2 dV = P$$

à uma dist < x

$$\int_{-\infty}^{x} |\psi|^2 dV = P$$

Lembra de propriedades das integrais como mudança de variável...

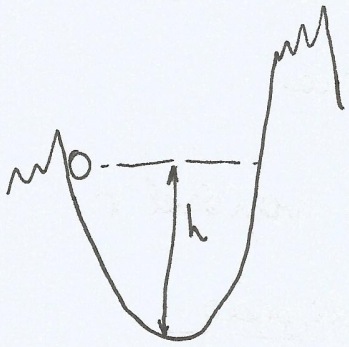
- A maneira mais fácil de compreender esses assuntos é resolvendo os exercícios.

Ex: P3. 2014 Q4 / 2013 Q3 / 2012 Q3 / 2011 Q3 / 2010. Q3 / 2008 Q3. item C

P3. 2006. Q2 / P3. 2007. Q3.2

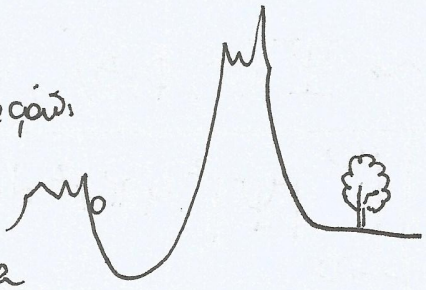
Tunelamento

Lembre-se do ensino Médio quando havia aquele exercício de conservação de energia:



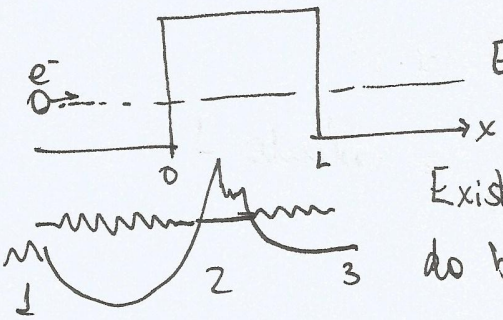
- Se você solta a bola com $v_0 = 0$ a posição mais alta que ela pode alcançar é a de altura h certo?

Mas e se você tem a seguinte situação:



- A bola sendo solta com $v_0 = 0$ nunca chegará ao outro lado da montanha certo?

E o elétron?



Algum dia você verá o elétron do outro lado da barreira? Sim!

Existe a prob. de o elétron estar antes ou depois da barreira.

$$\psi = \begin{cases} Ae^{ikx} + A'e^{-ikx} & p/\ x < 0 \\ Be^{Kx} + B'e^{-Kx} & p/\ 0 < x < L \\ De^{ikx} & p/\ x > L \end{cases}$$

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \qquad K = \frac{\sqrt{2m(E_0 - E)}}{\hbar}$$

Interpretação: (1) $\Rightarrow Ae^{ikx}$ = partícula incidente

$\Rightarrow A'e^{-ikx}$ = partícula refletida

(3) $\Rightarrow De^{ikx}$ = transmitida

Coef. de transmissão (T) = $\frac{\text{Corrente de prob transm.}}{\text{corrente de prob incidente.}}$

Coef. de reflexão (R) = $\frac{\text{Corrente de prob refletida}}{\text{Corrente de prob incidente}}$

OBS: Parte bastante complexa, recomendo ler anotações de aula. Não sei se cai e não encontrei exercícios!

Números quânticos

São 3 números:

n: nº quântico principal · $n = 1, 2, 3, \ldots$

l: nº " orbital $0 \leq l \leq n-1$

m_l: " " magnético orbital $-l \leq m_l \leq l$

⇒ Os níveis de energia só dependem de n: $E_n = \frac{-13{,}6\ eV}{n^2}$

⇒ Estados com mesmo n formam uma camada (K, L, M, N, O).

↳ Estados com mesmo n e l formam uma subcamada (s, p, d, f, g)

↳ l: nº q. orbital → está relacionado com o módulo do momento angular (L)

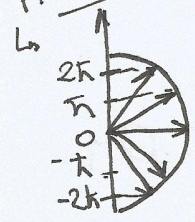
$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$$

↳ m_l: nº q. magnético orbital → associado à projeção do vetor $\vec{L}$ ao longo de uma direção (geralmente z)

$$L_z = m_l \cdot \hbar \quad ; \quad -l \leq m_l \leq l$$

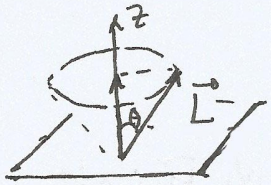
p/ $l = 2$

↳ $L_z = -2\hbar, -\hbar, 0, \hbar, 2\hbar$



$\vec{L}$ tem nº finito de orientações possíveis.

$|L_z| < L$ ($L_z = m_l \cdot \hbar$, $L \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$, $L_z^{máx} = l\hbar < \sqrt{l(l+1)}\,\hbar = L$)



$$\cos\theta = \frac{|L_z|}{L} = \frac{|m_l|}{\sqrt{l(l+1)}} < 1 \Rightarrow \theta \neq 0$$

↳ $\vec{L}$ nunca se alinha com z

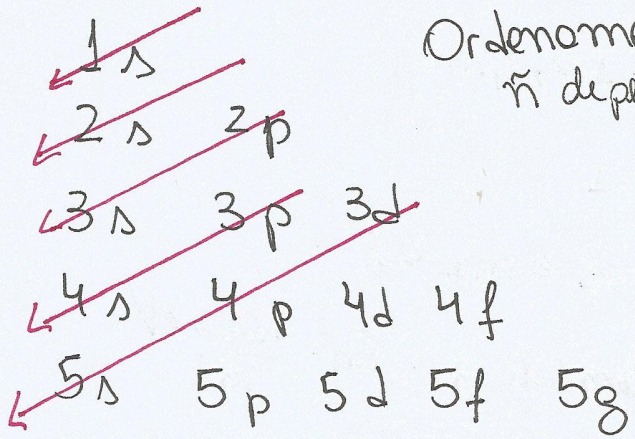
Spin do elétron: Momento angular intrínseco ao elétron ($\vec{S}$)

OBS: Não está associado a rotação do elétron em torno dele mesmo!

$$S = \sqrt{s(s+1)}\,\hbar \qquad S = \sqrt{s(s+1)}\,\hbar \;,\; s = 1/2 \Rightarrow S = \sqrt{3}/2 \cdot \hbar$$

$$S_z = m_s \hbar \;,\; m_s = \pm 1/2$$

Lembrar do diagrama de Pauli do E.M.



Ordenamento dos níveis de energia não dependem de n e l.

Orbital: estado de um elétron caracterizado por n, l, m_l

↳ Em cada orbital coloca-se 2 elétrons: 1 com $m_s = +1/2$ e outro com $m_s = -1/2$

- Preencher com o maior nº de elétrons com spins não emparelhados:

Átomo	1s	2s	2p
2He	↿⇂		
6C	↿⇂	↿⇂	↿ ↿
8O	↿⇂	↿⇂	↿⇂ ↿

Exercícios:

Q3. P3. 2002 / P3. 2003. Q4 / P3. 2004. Q1 / P3. 2005. Q4

P3 2006. Q3 / P3. 2007. Q4

Recomendações gerais:

- Baixar todos os P3 disponíveis no Polishare de Física 4.
- Caso tenha alguma dúvida e não consiga entender a resolução da prova, veja o caderno do Sérgio (Aulas Eugênio)